Computerlu

(A Popular Exposition on Computers)

V. Vemuri
University of California, Davis

A Publication of Eco Foundation
Copyright: 1968

కంప్యూటర్లు

వి. వేమూరి

తొలిపలుకు

ఆత్మన్యూనతా శంకతో బాధపడడం భారతీయుల జాతీయశీలమై పోయిన రోజులివి. తెలుగు తిట్టడానికి కూడ పనికిరాదని గిరీశం ఎప్పుడో చెప్పాడు. తెలుగులో మాట్లాడితే తమ అంతస్తు తగ్గిపోతుందని కొందరు ఆవేదనపడుతూ వుంటే, "తెలుగులో మావారు ఆలోచించలేరంటే మీరు నమ్ముతారా?" అని తెలుగునాటి గృహిణి నన్ను నిలదీసి అడుగుతూ వుంటే, భారతీయ విద్వాంసులు తప్ప తెల్లతొక్కలో వున్న ఏ పాశ్చాత్య అనామకుడైనా మేధావంతుడే అని ప్రభుత్వం రథం నడుపుతూ వుంటే. కంప్యూటర్ల వంటి క్లిష్టమయిన సాంకేతిక విషయంపై తెలుగులో వ్రాయబూనుకోడం కొంచెం సాహసమయిన పనే!

దేశం అంతా హిందీపథం తొక్కుతూ వుంటే యిప్పుడు తెలుగులో పుస్తకమేమిటి అన్నారు. ఆర్థికంగా యీ పథకం విజయవంతం కాలేదని ఆప్తులు ఆరాటపడ్డారు. "చంద్రుడికో నూలుపోగన్నట్లు, నువ్వు కూడా దేశం యొక్క బాల్కనీకరణానికి దారితీస్తావా" అని రాజకీయాల్లో ప్రవేశం ఉన్న స్నేహితులు ఆత్రుతపడ్డారు.

మన భాషాసమస్య పరిష్కరించడానికి నా దగ్గర రహస్యమయిన ఆయుధాలేమి లేవు. ఈ పుస్తకం తలపెట్టడంలో లక్ష్యం కూడా అదికాదు. తెలుగులో యీపుస్తకం వ్రాసినంత మాత్రాన హిందీ, ఇంగ్లీషు భాషలకు నేను వ్యతిరేకుడననే భావనకి ఆస్కారం లేదు. ఇంగ్లీషు హిందీ భాషలకు మనదేశంలో ఎల్లప్పుడూ ముఖ్యమయిన స్థానం వుంటుంది. దేశభాషలలో పటిమి లేదనీ, ఆధునిక సాంకేతిక వ్యవహారాలు దేశభాషలలో నడపడం దుస్సాధ్యం అని వాదించేవారిలో నేను ఏకీభవించలేను. అదే యీ పుస్తకం వ్రాయాలనే కోరిక కార్యరూపం దాల్చడానికి నాంది అయింది.

నేను తెలుగుదేశం వదలి దశాబ్దం కావస్తోంది. తెలుగులో సంపర్క సాంగత్యాలు బొత్తిగా తగ్గిపోయాయి. కనీసం తెలుగు నిఘంటువు కూడ నాదగ్గర లేదు. ఇటువంటి పరిస్థితిలో సాంకేతిక విషయాలపై వ్రాయడానికి తలపెట్టడం ఏమంత తేలిక అయిన పనికాదు. అంతేకాక, మనదేశభాషలలో ఆధునిక సాంకేతిక పదసంపత్తి తక్కువ. అందుచేత క్లిష్టమయిన సాంకేతిక భావాలు వ్యక్తపరచవలసి వచ్చినప్పుడు మాటలకోసం తడబడడం జరిగింది. ఈ విషయం పాఠకులు సహృదయతతో స్వీకరిస్తారనే నా నమ్మకము.

పుస్తకంలో చాల చోట్ల స్వకపోలకల్పితాలయిన మాటలు వాడడం జరిగింది. ఇటువంటి పదసృష్టి సహేతుకమయిన కారణం కనిపించినప్పుడే చేశాను. తప్ప యితరత్ర ఏమికాదు. సాధ్యమయినంతవరకు వాడుకలో వున్నవే కాకుండా, మరుగునపడ్డ తెలుగు మాటలనికూడ పునరుద్ధరించి వాడడానికి ప్రయత్నం చేశాను. సామాన్యంగా దైనందిన వ్యవహారాలలో వాడే మాటలకు సాంకేతిక అర్థాలను ఆపాదించడానికి కూడ ప్రయత్నం చేసి చూశాను. ఈ రెండు

పద్ధతులు సఫలం కానిచోట్ల, ఒక తార్కికమయిన శాస్త్రీయమయిన పద్ధతి అనుసరించి కొన్నికొత్తమాటలు సృష్టించడం జరిగింది. కొత్తమాటలకూర్పులో పదగాంభీర్యం అనవసరం. అర్థభూయిష్టంగాను, స్వయంబోధకంగాను వుండడం అత్యవసరం. కొత్తలో యీ కొత్తమాటలు కొంచెం ఎబ్బెట్టుగా వుండవచ్చు; రాను రాను అలవాటయిపోతాయి.

ఈ కొత్తమాటలకూర్పు ఎలా జరగాలి? ఇంగ్లీషు భాషలో "సిగ్నల్" అన్నమాట ఉంది. దీనిని ఎవరో "ధూమశకట గమనాగమన భయసూచక లోహపట్టిక" అని ఎవరో తెలుగులోకి తర్జుమా చేశారుట! ఈ పదసముదాయం ఎబ్బెట్టుగా వుండడమే కాకుండా చాలా సంకుచితమైన భావాన్ని చేస్తున్నది. "సిగ్నల్" అంటే 'రైలుస్టేషను' లో వాలే రెక్కేనా! "సిగ్నల్" అన్నమాటకి యింతకంటె చాల విశాలమయిన భావం వుంది. అసలు 'సిగ్నల్' అంటే ఏమిటి? ఉదాహరణకి, మనదగ్గర ఒక వార్త వుంది. అది మరొకరికి అందజెయ్యాలి. ఈ పని చెయ్యడానికి ఎన్నో పద్ధతులున్నాయి. పోలీసు జవానులా చేతులతో సంజ్ఞచేసి చెప్పవచ్చు. పేరంటానికి వెళ్లిన తల్లి పిల్లలని కళ్ళెర్రచేసి గదమాయిస్తుంది. రైలువచ్చేముందు రెక్కవాలుతుంది. అజీర్ణం చేసినవాడికి కడుపునొప్పి పుడుతుంది. పోలీసు చేతులు, తల్లి కళ్ళు, వాలినరెక్క, నొప్పెట్టే కడుపు మనకి ఒక వార్తని తెలియజేస్తున్నాయి. సిగ్నలంటే ఒక వార్తని సంకేతము ద్వారా తెలియజేయడం — వార్తాసంకేతము లేక 'వాకేతము'.

మరొక పద్ధతిగా కూడా కొత్తమాటలు కట్టవచ్చు. కనిష్ట సామాన్య గుణిజము అన్నదానిని క.సా.గు. అన్నపొడి అక్షరాలుగా వ్రాయవచ్చును. కొన్నాళ్లకి క.సా.గు. అల్లా కసాగు అవుతుంది. ఇది నేను చిన్నప్పుడు నేర్చుకున్నాను.

మూడవ పద్ధతి ఏమిటంటే, సామాన్యంగా మనం దైనందిన చర్యలలో వాడే మాటలకు సాంకేతికమయిన అర్థాన్ని ఆపాదించడం. "ఎత్తు" అన్నమాటే వుంది. దీని అర్థం ఏమిటో నలుగురు దారినపోయే దానయ్యలనడిగి చూద్దాం. ఆచారినడిగితే "చదరంగంలో ఎత్తువెయ్యంబోయ్యి ఆ ఎత్తు" అంటాడు. సివంచలాన్ని అడిగితే కూలికి బుట్ట "ఎత్తు" కుంటానంటాడు. గోపి బల్ల 'ఎత్తు' గావుందంటే అవధాని ఆకాశంవైపు చూసి "తేరెత్తితే అంతా ఒకటేగదోయ్' అని వేదాంతధోరణిలో పడతాడు. ఇదే మాటని సాంకేతికమైన భావం వచ్చేటట్లు వుపయోగించవచ్చు. విమానాన్ని గాలిలోకి లేపడానికి కావలసిన శక్తిని 'ఎత్తు' అనిగాని 'ఎత్తుడు' అనికాని అంటారు. కనీసం యింగ్లీషులో యీ అర్థం వచ్చేటట్లు అంటారు. ఈ పద్ధతిలో వున్నగొప్పదనం ఏమిటంటే మాట స్వయంబోధకంగా వుండడమే.

పైన చెప్పిన పద్ధతులేవీ మన అవసరానికి సరిపోక పోవచ్చు. అప్పుడు యితర భారతీయ భాషలనుంచి మాటలు ఎరువు తెచ్చుకోవచ్చు. అసలు, నకలు, రశీదు, తాసిల్దారు, పైసలు వంటి ఉర్దూ పదాలు; కిరసనాయిలు, రైలు, కారు, లైటు, గ్లాసు, రోడ్డు వంటి ఇంగ్లీషు పదాలు ఎన్నోతెలుగులో కలిసాయి. అలాగని "మా హస్‌బెండు గారికి ఎంత బిగ్ జాబ్ దొరికిందో చెబితే మీరు బిలీవ్ చేస్తారా?" అంటే ఎబ్బెట్టుగా వుంటుంది. ఏదైనా మోతాదు మించనే కూడదు. తెలుగుభాషకి తల్లి అయిన సంస్కృతము, ఇంగ్లీషు భాషకి తల్లి అయిన లేటిన్ అప్పచెల్లెళ్లు. కనుక చాల ఇంగ్లీషు పదాలకి మూలం సంస్కృతములో దొరకవచ్చు.

ఈ పుస్తకం వ్రాస్తున్నప్పుడు ఎదుర్కొన్న ఇబ్బందులు కొన్నిచెబుతాను. సాంకేతిక విషయాలను తెలుగులో చర్చించడం అనేది యింకా శైశవావస్థలోనే వుంది. ఆధునిక అవసరాలకు అనుకూలంగా మన వ్యాకరణ సూత్రాలు కొద్దిగా మారాలి. తెలుగు వ్రాతలోను, ముద్రణలోను కొంత స్థాయీకరణ రావాలి. మార్పుకి సుముఖత చూపించక పోతే, ఏ సంఘం అయినా, భాష అయినా, సంస్కృతి అయినా కాలగర్భంలో కలిసిపోతుంది. చైతన్యం

అనేది చేతకానితనానికి క్షమార్పణ కాదు; అది సంఘానికి జీవగర్ర. చైతన్యరాహిత్యంగా వున్న సంస్థ ఏదయినా సరే నాశనం పొందక మానదు. చరిత్ర యీవిషయాన్ని ఎన్నోపర్యాయాలు రుజువు చేసింది.

అచ్చు యంత్రాలు, టైపు యంత్రాలు, కంప్యూటర్లు పనిముట్లుగావున్న యుగం యిది. మనపద్ధతులు యీ నవీన కాలానికి అనుకూలంగా మారితేనే మన భాషకి భవిష్యత్తు వుంది. ఈ యాంత్రిక యుగంలో ముఖ్యమయినది స్థాయీకరణ. రెండవది సూక్ష్మీకరణ. స్థాయీకరణ అంటే ఏమిటి? ఒకే మాటని ఎవరు వ్రాసినా, ఎక్కడ వ్రాసినా ఒకే విధంగా వ్రాయడం. "క్రొత్త - కొత్త; వ్రాయుట - రాయుట; బుద్ధి - బుద్ధి; స్థాయి - స్త్రాయి" మొదలగు మాటలలో ఏది సరియైన ప్రయోగమో ఏదికాదో నాకు తెలియదు.

సూక్ష్మీకరణ అంటే వ్రాత సౌలభ్యం కొరకు చేసే మార్పు. "సూక్ష్మీకరణ", "శాస్త్రి", "ఉత్కృష్ట" "విజ్ఞానము", "ఋజువు" మొదలయిన మాటలనే వుదాహరణగా తీసికోండి. మొదటి మూడు మాటలలోను మూడేసి అక్షరాల దొంతరలు వున్నాయి. ఈ సంయుక్తాక్షరాలు టైపుకొట్టడానికి గాని, అచ్చువేయడానికి గాని సదుపాయంగా వుండవు. ఈ మూడు మాటలని "సూక్స్మీకరణ; శాస్త్రి" "ఉత్క్రుష్ట" అని వ్రాస్తే కొంత సౌలభ్యత వస్తుందని కొందరి నమ్మకము. ఈపద్ధతిలో కూడ కొన్ని యిబ్బందులు లేకపోలేదు. "విజ్ఞానము" వంటి మాటలో "ఞ" అనే అక్షరాన్ని తీసివేసి వ్రాయడం ఎలాగో తెలిస్తే "ఋ, ౠ, ఇ, ఙ, ఢ, ఞ ఊ" వంటి అక్షరాలని మన ఓనమాలనుండి తొలగించవచ్చును. ~~ఈరకం సాధకబాధకాలు మరొక అనుబంధంలో చర్చించే~~ను.

ఇంకొకమాట. వ్యాకరణంలో ఏదో ప్రవేశం వుంది తప్ప పాండిత్యం లేదు. దేశంలో వాడేభాష కూడ గ్రాంథికమూ కాదు, అలాగని గ్రామ్యమూ కాదు. ఇటువంటి సందర్భంలో వ్యాకరణయుక్తంగా వ్రాయగలగడం దుర్లభమయిన పని. పఠనా సౌలభ్యం కొరకు పదగాంభీర్యం కంటె అర్థగాంభీర్యం భావనాపటిమ ముఖ్యం అని నా నమ్మకం. అందుచేత బాలబోట్ల సంధినిత్యం అని లోచనా బహుళంగానే వుపయోగించాను. ఇందు మూలంగా అక్కడక్కడ వాక్యం యొక్క మార్పు కొంచెం ఎబ్బెట్టుగా కనిపించవచ్చు. సాంకేతిక సారస్వతంలో యిది తప్పనిసరి. సాంకేతికమైన యింగ్లీషు ఆరంగంలో వున్నవారికి తప్ప ఇంగ్లీషు వచ్చిన వారందరకీ అర్థంకాదు. తెలుగువిషయంలో కూడా అంతే!

నేను వ్రాసిన విషయాలలోని తప్పొప్పులు విమర్శనాత్మకంగా పరిశీలించాలనే కుతూహలం వున్న సహృదయుల సౌకర్యార్థం యీ పుస్తకం చివర ఇంగ్లీషు - తెలుగు సాంకేతిక నిఘంటువు నాకదానిని అనుబంధించేను.

ఈ పుస్తకంలోని అధ్యాయాలగురించి వాటి కూర్పును గురించి ఒకమాట. కంప్యూటర్లకి సంబంధించిన ప్రతి చిన్న విషయాన్ని కూలంకషంగా చర్చించడం యిటువంటి చిన్నపుస్తకం పరిమితికి మించిన పని. నాకు ముఖ్యమని తోచినవి, పాఠకులకి సులభంగా అర్థమయేవి మాత్రమే యీపుస్తకంలో చర్చించేను. పాఠ్య పుస్తకంలా వ్రాయడమా, లౌకికంగా వ్రాయడమా అన్న మీమాంసలో పడి, ఎటూకాకుండా, ఋషి తగవు తీర్చినట్టు, కొంత తుల్యత తీసికొని వచ్చేను. ~~పాఠ్యపుస్తకంగా వాడదలచుకొన్నవారి సౌకర్యం కొరకు చివర కొన్ని ప్రశ్నలు, సమస్యలు జతపరచేను.~~

ఇక యీపుస్తకంలోని పదార్థం గురించి, వివిధ అధ్యాయాలలోని విషయాలగురించి, సంగ్రహంగా చెబుతాను. మొదటి అధ్యాయం వుపోద్ఘాతం. కలన యంత్రాలు, వాటిలో రకాలు, వాటికి ఉపమానాలు - యివి యీ అధ్యాయంలోని విషయాలు. రెండవ అధ్యాయంలో చారిత్రకమయిన

విషయాలు చర్చించడం జరిగింది. అనాదినుండి
నేటి దశాంశపద్ధతి వరకు గణిత శాస్త్రపు బాట
వెంబడి పాఠకులని నడిపించడానికి యీ అ
ధ్యాయంలో ప్రయత్నం చేశాను. మూడవ అధ్యా
యంలో కొత్తలెక్కలు – ముఖ్యంగా అష్టాంశపద్ధ
తి, ద్వియాంశపద్ధతి – ముచ్చటించేను. ఇటుకలు,
సున్నం, కలప వగయిరాల లక్షణాలు తెలియ
కుండా ఇల్లుకట్టడం ఎంతకష్టమో, అలాగే
కంప్యూటరు నిర్మాణానికి కావలసిన భాగాల లక్ష
ణాలు తెలియకుండా కంప్యూటరుని నిర్మించ
బూనుకోడం కూడ దుర్లభమే! అందుకని 'ఎల
క్ట్రానిక్' విషయాల చర్చలో నాలుగవ అధ్యాయా
న్ని కంప్యూటరు నిర్మాణానికి నాందిగా చేశాను.
ఒక విధంగా యీనాలుగు అధ్యాయాలు పుస్తకా
నికి మొదటి భాగం.

అయిదో అధ్యాయంలో కంప్యూటర్లకీ, కొత్త
లెక్కలకీ మధ్యగల బాదరాయణ సంబంధం
ఏమిటో వివరించడం జరిగింది. తర్వాత మూడు
అధ్యాయాలలోను కంప్యూటర్లలోని భాగాలను
వర్ణించడం జరిగింది. ఆఖరి రెండు అధ్యాయాలు
కంప్యూటరు వాడకాన్ని గూర్చి చర్చించేను.

ఈ పుస్తకం వ్రాయటానికి రెండు సంవత్సరా
లకి పైగా పట్టింది. ఈ కృషిలో కృతార్థుడనయా
నో లేదో తెలిసికోవాలన్న కుతూహలం వుండడం
సహజం. అందుకని పాఠకులు తప్పులను
ఒప్పులుగా భావించక నాదృష్టికి తీసికొని వస్తా
రని ఆశిస్తున్నాను.

లాస్ ఏంజిలిస్ వే. వేమూరి
1968.

1. కంప్యూటర్లు: కట్టుకథలు

1.1 నాంది

"కంప్యూటర్లు గుమస్తాల ఉద్యోగాలు వూడ
గొట్టడానికి మనపాలిట దాపరించిన మాయదారి
యంత్రాలు" అన్న భ్రాంతి యిప్పటికీ ప్రపంచంలో
చాలచోట్ల లేకపోలేదు. మోటారు రిక్షాలు ప్రవే
శపడితే సైకిలు రిక్షావాళ్ల పొట్టకొట్టినట్లు ఎలాగ
అవుతుంది? సైకిలు రిక్షా నడిపేవాడు మోటారు
రిక్షాని తోలుతాడు. ఎద్దుబండితోలే ఎర్రన్న
కన్నెర్ర చేస్తాడని పట్నంవెళ్లటానికి రైలుబండి
ఎక్కడం మానలేమా? దూరాన్ని జయించడానికి
మానవుడు వాడిన ప్రయాణ సాధనాలలో ఎడ్ల
బళ్లు ఒక ఎత్తు, రైలుబళ్లు మరొక ఎత్తు; వాటికి
పోలికే లేదు! ఈరెండు తరాలలోను ప్రగతి
పెద్దగెంతు వేసింది, దానికి సరిపడా మానవుని
ప్రకృతి సద్దుకుంది. ఎద్దుబళ్లు, రైలుబళ్లు ఒకే
రంగంలో ఢీక్ మనలేదు. ఇదేవిధంగా విమానాలు
రాగానే పట్టాలు పీకేసి రైలుబళ్లకి స్వస్తివాచకం
పలికేయమనలేదు. ఇవి యంత్రయుగంలోని తర
తమ భేదాలు.

గణితశాస్త్రము గులకరాళ్లలో మొదలయింది.
అంకెలు వాడేము కాని గణిత శాస్త్రరంగం మీది
కి సున్నవచ్చేవరకు గణితం అంతంతమాత్రంగా
వుండిపోయింది. ఇది గణిత శాస్త్రపు అభివృద్ధి
పథంలో మొదటి గెంతు. తర్వాత గణితంలో 'సిద్ధాం
తము' 'కలనము' అనే రెండు అనిర్వచనీయమ
యిన శాఖలు ఏర్పడ్డాయి. జాన్ నేపియర్ 'లాగరిథ
మ్"ని కనిపెట్టి కలనశాస్త్రానికి మరొక చన్నలో
పునిచ్చారు. అంతవరకు ఎంతో కష్టపడి చెయ్య
వలసిన లెక్కలు 'లాగరిథమ్'ల సహాయంతో తేలి
క అయాయి. రెండవప్రపంచయుద్ధపు రోజుల్లో
'ఎలక్ట్రానిక్' కంప్యూటరు అవతరించింది. ఆరోజు
లలో యుద్ధనౌకలని మరతుపాకులలో గురిపెట్టి
ఛేదించగలిగిన శల్యపక్షానికే విజయలక్ష్మి వరించే
ది. ప్రభుత్వాల మనుగడ యీరకమయిన యాం
త్రిక శక్తిమీద ఆధారపడి వుండేది. ఈలోగా
దుమారంలా విమానాలు వచ్చిపడ్డాయి. విమానా
న్ని పడగొట్టడానికి ఎక్కడ గురిపెట్టి కొట్టాలో అని
మనమేషాలు లెక్కపెడుతూ కూర్చుంటే కుదురు
తుందా! దూరంగా వున్న విమానాన్ని దూరదర్శిని
లో చూసి, అది ప్రయాణం చేసే గతిని నిశ్చయించి

ాపాకిని గురిపెట్టి కొట్టాలి. ఈ కార్యక్రమం అంతా ప్త మాత్రంలో జరిగి పోవాలి— లేకపోతే మన డవ మునుగుతుంది. ఇదంతా ఒక్కరెండు గంటల మనం చెయ్యవచ్చు కాని క్షిప్త మాత్రంలో చెయ్య ము. ఇటువంటి పరిస్థితిలో కంప్యూటరు అవ రము. ఇక్కడ కంప్యూటరు వాడినంత మాత్రాన నం చేతకాని వాళ్లం అయిపోలేదు, ఓడలోని ాసుల వుద్యోగాలు వూడలేదు.

కంప్యూటరు చెయ్యగలిగినది, చేసేది వేగంగా చేస్తుంది. తప్పులు లేకుండా చెయ్యాలంటే తప్పేదో ఒప్పేదో తెలియాలి గదా! తెల్లని వన్నీ పాలు, నల్లని వన్నీ నీళ్లు కాని యీ మాయదారి రోజులలో తప్పేదో ఒప్పేదో తెలిసికోగలగడం కంటె కావలసినది ఏముంది! అంత విచక్షణ జ్ఞానం వున్న మానవుడు మానవుడే కాడు — దేముడే అవుతాడు! అటువంటిది యంత్రాలు దివినుండి భువికి దిగివచ్చిన దేవదూతలా!! ఇక్కడే మానవుడికి మరకి మధ్యనున్న తేడా!

కంప్యూటరు అంటే ఏమిటో మనకి బాగా అర్థం అయితే కాని అది దేముడో, దెయ్యమో తేల్చుకోవడం కూడ కష్టం. 'కంప్యూటర్' అనేది ఇంగ్లీషు మాట. ఇంగ్లీషులో 'టు కంప్యూట్' అంటే 'లెక్క కట్టుట' అని అర్థం; కనుక 'కంప్యూటర్' అంటే 'లెక్క కట్టే వాడు' లేక 'లెక్కకట్టేది' అని అర్థం వస్తుంది. లెక్క కట్టేది ఏదైనా కంప్యూటరే! నిజానికి ముప్పయి ఏళ్లక్రితం, అనగా రెండవ ప్రపంచ యుద్ధానికి పూర్వం, 'కంప్యూటర్' అనే మాటని ఒక మనిషిని వుద్దేశించి వాడేవారు. ఆరోజులలో మనుష్యులే లెక్కలు కట్టేవారు. ఇప్పుడు ఆ మాట యొక్క అర్థమే మారిపోయింది.

ఇంగ్లీషులో ఒక క్రియని నామవాచకంగా మార్చడం చాల తేలిక. క్రియ చివర "-ఈర్" (-er) అనే శబ్దం చేరిస్తే ఆ క్రియ కాస్త నామవాచకం అవుతుంది 'కంప్యూట్' అంటే లెక్కించడం గనక లెక్కించేది 'కంప్యూటర్' అయింది. 'డ్రైవ్' అంటే తోలడం గనక, తోలే(ది) వాడు 'డ్రైవర్'. తెలుగు భాషలో యీ సౌలభ్యం అంత బాగా లేదు. కనుక మంచి మాట దొరికే వరకు కంప్యూటర్లని "కలన యంత్రాలు" అని అందాం.

కలన యంత్రాలలో రెండు ముఖ్యమయిన రకాలు ఉన్నాయి. అవి అంక కలన యంత్రాలు, సారూప్య కలన యంత్రాలు. అంక కలన యంత్రాలు అంకెలని వుపయోగించి లెక్కలు చేస్తాయి. సారూప్య కలన యంత్రాలు సారూప్యం (పోలిక) వుపయోగించి లెక్కలు చేస్తాయి. ఈ పుస్తకంలో మనం నేర్చుకోబోయేది అంక కలన యంత్రాల గురించి.

నిజానికి యీ అంక కలన యంత్రాలు చేసేది లెక్కలు ఒక్కటే కాదు. లెక్కలు ఒక్కటే కాకుండా యింకా అనేకమయిన యితర కార్యాలు చెయ్యగలిగినప్పుడు, వాటిని కలనయంత్రాలని పేరుపెట్టి, నిర్బంధించడం భావ్యం కాదని కొందరి భావన. అటువంటప్పుడు యీ కంప్యూటర్లని "దత్తాంశ గమన యంత్రాలు" (Data Processing Machines) అని అంటారు. దత్తాంశము అంటే యివ్వబడ్డ అంశము. గమనం అంటే నడక అనిగాని, కదలిక అనిగాని, పరిశీలన అనిగాని అర్థం అవుతుంది గదా! కనుక దత్తాంశ గమనము అంటే మనం యిచ్చిన అంశం యొక్క కదలిక. ఇచ్చిన అంశం అంకె అయితే, యీ యంత్రాలు అంకెల యొక్క కదలికని పరిశీలిస్తాయి.

1.2 సారూప్య కలన యంత్రాలు

కంప్యూటర్లులో రకాలు వున్నాయని కదా అనుకున్నాం — వాటిలో ఒక రకం యంత్రాలని 'సారూప్య కలన యంత్రాలు' అని అంటాము. ఈ రకం యంత్రాల గురించి వ్రాయడం యీ పుస్తకం యొక్క ముఖ్య వుద్దేశ్యం కాదు కనక యీ విషయం చాల టూకీగా ప్రస్తావిస్తాను.

మన దైనందిన చర్యలలో కొన్ని కంప్యూటర్లు తగులుతూ వుంటాయి. కాని అవి కంప్యూటర్లు అన్న విషయం నిశితంగా పరిశీలిస్తేగాని మనకి అవగాహన కాదు. ఉదాహరణకి, జ్వరం వచ్చిన వారికి ఉష్ణం ఎంత వుందో చూడడానికి "థర్మామీటరు" వాడుతాము. జ్వరం ధర్మమా అని కొనవలసి వచ్చిం

ది గనక దానిని 'ధర్మామీటరు' అన్నారని ఎవరో అనగా విన్నాను. కడివేరా నేర్చుకోకుండా ఇంగ్లీషు వాడితే యిదే చిక్కు! ఏతావాతా, జ్వరం ఎంతవుందో చూడటానికి "ఉష్ణమితి" వాడతాముగదా! శరీరంలో వేడి ఎక్కువగా వుంటే ఉష్ణమితిలోని లోని రసస్తంభం పొడుగు ఎక్కువ అవుతుంది. ఆ రసస్తంభం పొడుగు కొలిచి, ఆ పొడుగుని బట్టి జ్వరం హెచ్చుగా వుందో, తక్కువగా వుందో, లేసే లేదో నిశ్చయిస్తాం. జ్వరం ఎంత వుందో కొలిచి చెబుతుంది గనుక, యిది ఒకరకం కలనయంత్రం.

క. జ్వరం లేనప్పుడు

చ. జ్వరం వున్నప్పుడు

పటము 1.1 ఉష్ణమాపకము

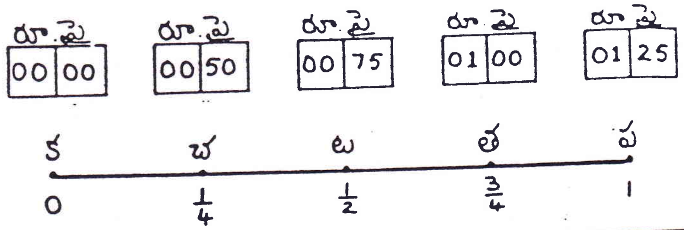
ఉష్ణమాపకం అంక కలన యంత్రమా? సారూప్య కలన యంత్రమా? అంక కలన యంత్రాలు అంకెలతో లెక్కలు చేస్తాయనుకున్నాం గదా! ఈ ఉదాహరణలో కూడికలు, తీసివేతలు వంటి లెక్కల ప్రస్తావనే రాలేదు గనుక, ఉష్ణమాపకాన్ని అంక కలన యంత్రమని తీర్మానించడం న్యాయం కాదు. జ్వరం జాస్తిగా ఉన్నప్పుడు రసస్తంభం పొడుగు ఎక్కువగానూ, జ్వరం తక్కువగా వున్నప్పుడు రసస్తంభం పొడుగు తక్కువగానూ వుంటుంది గనుక, జ్వర తీవ్రతకీ రసస్తంభం పొడుగుకీ కొంత పోలిక వుందని ఒప్పుకోవాలి. ఇక్కడ కొలత పోలిక మీద ఆధారపడి వుంది గనక ఉష్ణమాపకాన్ని సారూప్య కలన యంత్రం అని అనవచ్చు. అలా చూస్తే ఇటువంటి ఉదాహరణలు ఎన్నో పాఠక లోకానికి తడతాయి.

1.3 అంక కలన యంత్రాలు

పెద్ద పెద్ద నగరాలలో కార్లు, బస్సులు వగయిరాలతో పాటు 'టేక్సీలు' కూడ వుంటాయి కదా! ఈ టేక్సీలు బాడుగకి దొరికే కార్లు. బాడుగ యిస్తే టేక్సీవాడు మనని కావలసిన చోటుకి తీసుకొని వెళతాడు. ఈ బాడుగ ఎంత యుందో ఎలా తెలుస్తుంది? 'పిండికొద్దీ రొట్టె' అన్నట్లు ఎంత దూరం ప్రయాణం చేస్తే బాడుగ అంత ఎక్కువ అవుతుంది. ప్రయాణం పూర్తి అయిన తర్వాత మనం టేక్సీవాడికి ఎంత యివ్వాలో మీటరులో చూసి యిస్తాం. ఈ మీటరు బాడుగని ఎలా లెక్కపెడుతుందో చూద్దాం.

ఉదాహరణకి మొదటి పావు కిలోమీటరు దూరానికి అర్ధరూపాయి, తర్వాత ప్రతి కిలోమీటరు దూరానికి పావలా చొప్పున బాడుగ పుచ్చుకుంటారనుకుందాం. ఈ లెక్కని టేక్సీ ప్రయాణం చేస్తూ వుంటే మీటరు ధర ఎలా కదులుతుందో పరిశీలిద్దాం. పటము 1.2 లో కారు 'క' అనే చోట బయలుదేరిందనుకుందాం. బయలుదేరిన వెంటనే మీటరులో సున్నలు వుంటాయి. ఇదే 'క' దగ్గర బొమ్మరూపంలో చూపబడింది. దీని అర్థం? 'క' దగ్గర ఎక్కి, వెంటనే

పటము 1.2 టేక్సీమీటరు పనిచేసే విధం



'క' దగ్గరే దిగిపోతే బాడుగ 'సున్న' రూపాయలు. బండి పావుకిలోమీటరు దూరం వెళ్లేవరకు - అంటే కారు "చ" చేరుకునే వరకు మీటరు సున్నలే చూపిస్తుంది. సరిగ్గా "చ" చేరుకునే సరికి, మీటరులో చివర వున్న రెండు సున్నలకి బదులు 50 వస్తుంది. బాడుగ యాభై పైసలు అయిందన్న మాట. ఎవరయినా కొంటెకుర్రవాడు 'క' దగ్గర ఎక్కి 'చ' రాకుండా దిగిపోతాడనుకోండి. 'చ' చేరుకోలేదు గనుక మీటరు సున్నలనే చూపిస్తుంది. కుర్రాడు డబ్బులు యివ్వకుండా వెళ్లిపోతానంటాడు. బండివాడు చిక్క మొహం వేస్తాడు! ఈ లెక్కని టేక్సీవాడు మూడు రోజులకో, ముప్ఫై రోజులకో దివాలా తీసేస్తాడు. ఇది ఎవరి తప్పూ కాదు. మీటరు పనిచేసే విధం అది.

[48వ పేజీలో]

కంప్యూటర్లు [33వ పేజీ తరువాయి]

టాక్సీలో మీటరు, అనగా 'చ', దాటిన తర్వాత 'ట' చేరుకునే వరకు బాడుగ ఏభై పైసలే! 'ట' చేరుకోగానే బాడుగ డెబ్బయి అయిదు పైసలు అవుతుంది. 'త' చేరుకోగానే రూపాయి. ఇక్కడ గమనించవలసిన ముఖ్య విషయం టేక్సీవాడు కొంటె కుర్రాళ్లని ఎలా ఏయుకొస్తాడని కాదు. టేక్సీలోని 'బాడుగమితి' లోని అంకెలు పెరిగే విధానాన్ని 'ఉష్ణమితి' లోని రసస్తంభం పొడుగు పెరిగే విధానాన్ని పోల్చి చూస్తే కొన్ని నూతన విషయాలు తెలుస్తాయి. రసస్తంభం పొడుగు సాఫీగా పెరిగింది. బాడుగమితిలోని అంకెలు గెంతేయి - అవి అంచెలు వారీగా పెరిగాయి. ఎంత దూరం ప్రయాణం చేసేమో దానిని బట్టి బాడుగ కట్టి రూపాయల్లోనూ పైసల్లోనూ తెలియపరచింది టేక్సీలోని పరికరం. ఉష్ణమాపకం లెక్కలు ఏమీ చెయ్యలేదు. శరీరంలోని వేడికి తగ్గట్టుగా పొడుగు పెరిగింది అంతే! ఆ పొడుగుని మనం కొలిచి జ్వరం ఎంతుందో చెప్పగలిగేం. కనుక, ధర్మామీటరు సారూప్య కలన యంత్రం అయితే, టేక్సీ మీటరుని అంకకలన యంత్రంలా పోల్చవచ్చు.

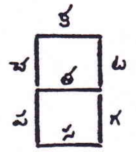
(సశేషం)

1.4 ప్రదర్శక ప్రకటనలు

కలన యంత్రాల సూత్రం ఉపయోగించి లెక్కలే కాకుండా యింకా రకరకాల పనులు చెయ్యవచ్చని కదా అనుకున్నాం. జీతాలని బేంకులో ధరావతు చెయ్యవచ్చు. నేరస్తులను పట్టుకోవచ్చు. అణువిధ్వంసక పరికరాలు చెయ్యవచ్చు. వాటిని చోదకుడు లేని విమానాలలో తీసుకుని వెళ్లి శత్రు పక్షాలమీద జారవిడిచి విధ్వంసకాండ సాగించవచ్చు.

గణితంతో సంబంధంలేని ఉపయోగాన్ని ఒకదాన్ని యిక్కడ ఉదహరిస్తాను. బొంబాయివంటి పెద్ద నగరాలలో రాత్రిపూట కళ్లు మిరుమిట్లు గొలిపే దీపాలతో ప్రకటనలు (Advertisements) చేస్తూ ఉంటారు. మిణుకరించే దీపాలు, ప్రవహిస్తున్నట్లు ఉండే దీపాలు, తారుమారయే దీపాలు యిలాంటివి ఎన్నో కనిపిస్తాయి. ఇవి ఎలా పని చేస్తాయా అని ఆశ్చర్యం వేస్తుంది చాల మందికి! కొన్ని చోట్ల వేళ ఎంత అయిందో తెలియపర్చడానికి ఒక సాధనం ఉంటుంది. ఇది ముచ్చటగా దీపాలతో అమర్చబడ్డ పరికరం. ఉదాహరణకి వేళ అయిదుగంటల నలభయిరెండు నిముషాలు అయిందనుకుందాం. ఈ విషయం రహదారులమీదనున్న ప్రజలకి తెలియడానికి 5 ఆకారంలో గల ఒక పెద్ద దీపం, తర్వాత ఒక చుక్క, తర్వాత 42 ఆకారంలో మరొక దీపాల జంట వెలిగేటట్లు చేస్తుంది యీ పరికరం. ఒక నిమిషం తర్వాత 42 కాస్తా 43గా మారుతుంది. అలా రోజు రోజల్లా గంటల నిమిషాలలో వేళ తెలియజేస్తుంది యీ పరికరం. ఇది ఎలా పని చేస్తుందో వీలయినంత వరకు పరిశీలించి చూద్దాం.

మన దగ్గర అడుగు పొడుగున్న "బారు లైట్లు" ఏడు ఉన్నాయనుకుందాం. ఈ ఏడు దీపాలనీ పటము (1.3)లో చూపిన విధంగా అమర్చుదాం.



పటము 1.3. అంకెలు వ్రాసే దీపాలు

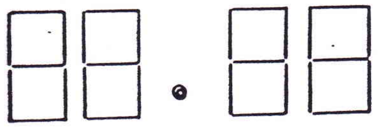
ఈ ఏడు దీపాలకి క, చ, ట, త, ప, గ, స అని ఏడు పేర్లు పెడదాము. ఇప్పుడు చ, ప అన్న పేర్లుగల దీపాలు రెండూ వెలిగించి, మిగిలిన వన్నీ ఆర్పివేశామనుకోండి. ఈ వెలిగిన రెండు దీపాలు దూరంనుండి ఒక నిలువుగీతలా కనిపిస్తాయి. అది ఒకటి (1) అన్నమాట. క, ట, త, గ, స అన్న అయిదు దీపాలు వెలిగిస్తే అవి 3 లా కనిపిస్తాయి. అది మూడు(3) అన్నమాట.

ఇలా ఏయే దీపాలు వెలిగితే ఏయే అంకెలు కనిపిస్తాయో చూపడానికి ఒక పట్టిక తయారుచేద్దాం. ఆ పట్టిక పటము (1.4)లో చూపబడింది.

కావలసిన అంకె	దీపాలు కనిపించ వలసిన విధం	వెలిగించ వలసిన దీపాలు
0	0	క, చ, ట, ప, గ, స
1	1	చ, ప లేక ట, గ
2	2	క, ట, త, ప, స
3	3	క, ట, త, గ, స
4	4	చ, ట, త, గ
5	5	క, చ, త, గ, స
6	6	క, చ, త, ప, గ, స
7	7	క, ట, గ
8	8	క, చ, ట, త, ప, గ, స
9	9	క, చ, ట, త, గ, స

పటము(1.4): కావలసిన అంకెలకి, వెలగ వలసిన దీపాలకి ఉన్న సంబంధం.

ఇటువంటి దీపాల పుంజాలని నాల్గింటిని ఒక తోరణంగా అమర్చితే [పటము (1.5) లో చూపినట్లు] వాటిలో నాలుగు అంకెల సంఖ్యలని వ్రాయవచ్చు. ఈ సంఖ్యలో మొదటి రెండు అంకెలు గంటలని, చివరి రెండు అంకెలు నిమిషాలని సూచించేటట్లు చెయ్యవచ్చును.



పటము (1.5): వేళ సూచించటానికి దీపాలు అమర్చ వలసిన విధం.

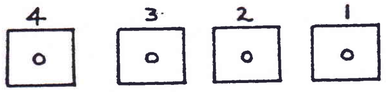
ఇంతవరకు బాగానే ఉంది. ఈ దీపాలని వెలిగించటం ఎలాగా అన్న సమస్యని పరిశీలిద్దాం!

(1) అంకె ఒక్కొంటికి ఏడు దీపాలు ఉన్నాయి గనుక దీపానికి ఒక మీట చొప్పున ఏడు మీటలని ఉపయోగించి ఏ మీటని కావలిస్తే దానిని "ఆన్" చేసి కావలసిన దీపాన్ని వెలిగేటట్లు చెయ్యవచ్చు. ఏ అంకె వెలగడానికి ఏయే దీపాలు వెలగాలో పటము (1.4) లో చూపబడింది గనుక, యీ పద్ధతిని అవలంబించటానికి అంత యిబ్బంది లేదు. కాని ఏడు మీటలు కావాలి, ఏ మీట నొక్కితే ఏ అంకె వస్తుందో తెలియాలి.

(2) రెండవ పద్ధతిలో "దీపానికి ఒక మీట" అని కాకుండా "కావలసిన అంకెకి ఒక మీట" అని అనుకుందాం. మనకు కావలసిన అంకెలు పది (సున్న నుంచి తొమ్మిది వరకు) గనుక పది మీటలు ఉపయోగిద్దాం. ఇప్పుడు పటము (1.4) లో ఉన్న పట్టికలో మనకి నిమిత్తమే లేదు. "సున్న" అని వ్రాసి ఉన్న మీట నొక్కితే క, చ, ట, ప, గ, స అన్న దీపాలు వెలుగుతాయి; యివి చూడటానికి □ లా కనిపిస్తాయి గనుక అది 'సున్న' అని అనుకుంటారు ప్రజలు. ఇదే విధంగా 'ఒకటి' సూచిస్తున్న మీటని నొక్కితే చ, ప కాని ట, గ కాని వెలుగుతాయి. ఈ పద్ధతి పైపైని చూడటానికి తేలికగా ఉన్నా అంత మంచిది కాదు. ఈ పద్ధతి ప్రకారం పది మీటలు కావాలి [మొదటి పద్ధతిలో ఏడు మీటలు చాలు], దీపాలను వెలిగేటట్లు చెయ్యటానికి తీగలను అమర్చడం చాలకష్టం. బోలెడు డబ్బు ఖర్చు. ఈ రెండవ పద్ధతిలో ఉన్న సుఖం ఒకటే! ఏ అంకె కావలిస్తే ఆ అంకెని సూచించే ఒకే ఒక్క మీట మనం నొక్కితే సరిపోతుంది. అంటే దైనందిన కార్యక్రమ

సులభం అవుతుంది. డబ్బుమాత్రం ఖర్చు అవుతుంది. గుడీ, గుళ్లో దేముడూ కావాలంటే వస్తాయా?

(3) మొదటి రెండు పద్ధతుల కంటె మూడవది అనుభవం లేనివారికి అర్థంకావటం కొంచెం కష్టం. ఉదాహరణకి మీటలు చాల గిరాకీ అనుకుందాం. సాధ్యమయినంత వరకు మీటలవాడకం తగ్గించాలి కదా! అటువంటప్పుడు నాలుగే నాలుగు మీటలని ఉపయోగించి తక్షణ కర్తవ్యం నెరవేర్చడం ఎలాగో చూద్దాం. ఈ నాలుగు మీటలకి 1, 2, 3, 4 అని పేర్లు పెడదాం; పెట్టి యీ నాలుగింటిని బొమ్మలో చూపిన విధంగా ఒక దండలా అమర్చుదాం (పటము (1.6)లో చూడుడు). ఈ మీటలు నాలుగింటినీ పటము (1.3) లో చూపిన ఏడు దీపాలకీ తగిలించాలి. ఈ తగిలించడం యీ దిగువ సూచించిన విధంగా చేద్దాం.



పటము (1.6). పటము 1.3 లోని దీపాలను వెలిగించడానికి మీటల దండ

(i) మీటలు అన్నీ "ఆఫ్" చేసి ఉన్నపుడు దీపాలు □ లా కనిపించాలి.

(ii) ఒకటవ మీట ఒక్కటే "ఆన్" చేసి ఉన్నప్పుడు దీపాలు 1 లా కనిపించాలి.

(iii) రెండవ మీట ఒక్కటే "ఆన్" చేసి ఉన్నప్పుడు దీపాలు 2 లా కనిపించాలి.

(iv) రెండవ మీట, మరియు ~~మూడవ~~ ఒకటవ మీట నొక్కినప్పుడు దీపాలు 3 లా కనిపించాలి.

ఈ విధంగా చేస్తే సున్ననుండి తొమ్మిదివరకు ఉన్న పది అంకెలనీ సునాయాసంగా యీ నాలుగు మీటలతో వెలిగించవచ్చు. ఏయే అంకెలు వెలగడానికి ఏయే మీటలు నొక్కాలో పటము (1.7) లో విశదంగా చూపబడింది.

కావలసిన అంకె	వెలిగించవలసిన దీపాలు	పటము 1.6 లోని మీటలను నొక్కవలసిన విధం ☐o "ఆఫ్" ☒ "ఆన్"			
0	క, చ, ట, ప, గ, స	o	o	o	o
1	చ, ప లేదా ట, గ	o	o	o	x
2	క, ట, త, గ, స	o	o	x	o
3	క, ట, త, గ, స	o	o	x	x
4	చ, ట, త, గ	o	x	o	o
5	క, చ, త, గ, స	o	x	o	x
6	క, చ, త, ప, గ, స	o	x	x	o
7	క, ట, గ	o	x	x	x
8	క, చ, ట, త, ప, గ, స	x	o	o	o
9	క, చ, ట, త, గ, స	x	o	o	x

పటము (1.7): నాలుగు మీటలతో పది దీపాలను వెలిగించడం.

ఈ పద్ధతి ప్రకారం మీటలు తగ్గాయే కాని యీ నాలుగు మీటలకి క, చ, ట, త, ప, గ, స అన్న ఏడు దీపాలని ఎలా తీగలతో అమర్చడం అన్నది యిప్పుడు పెద్దప్రశ్న. ఇది ఏమీ అంత తేలిక అయిన విషయం కాదని రుజువు చెయ్యడం కూడ అంత కష్టం కాదు. ఉదాహరణకి, సున్న వెలగడానికి మీటలన్నీ "ఆఫ్" చేసి ఉండాలి; అప్పుడు క, చ, ట, ప, గ, స అన్న దీపాలు వెలిగి సున్నలా కనిపిస్తాయి. ఇప్పుడు మొదటి మీట "ఆన్" చేసేమనుకోండి. వెంటనే చ, ప అన్న రెండు దీపాలు వెలిగి మిగిలినవి అన్నీ ఆరిపోవాలి. కాని చ,ప అన్న దీపాలు ఇందాకటినుంచి వెలుగుతూనే ఉన్నాయిగా. కనుక యిందాక వెలుగుతూన్న దీపాలలో క, ట, గ, స ఆరిపోతే చాలు. కనుక మొదటి మీట నొక్కినా మానినా చ, ప అనే దీపాలు వెలుగుతూ ఉండాలనేగా అర్థం! కాని ఇదికూడ నిజంకాదు. మొదటి రెండు

మీటలు ఒకేసారి నొక్కితే ఒప్ప అన్న రెండు దీపాలు ఆరిపోవాలి. ఇదంతా గజిబిజిగా లేదూ. ఇది ఒకక్రమంలో అర్థం చేసికోవాలంటే కొత్తరకం లెక్కలు కావాలి. ఈ రకం లెక్కలు తర్కశాస్త్రాన్ని పోలి ఉంటాయి గనుక వాటిని తార్కిక గణితం అన్నారు. ఈ గణితాన్ని జార్జిబూల్ (George Boole) అనే శాస్త్రవేత్త కనిపెట్టాడు గనుక వాటిని బూల్స్ బీజగణితము (Boolean algebra) అని కూడ అంటారు. ఈ రకం లెక్కలని యీ రోజుల్లో "కొత్త లెక్కలు" అనికూడ అంటున్నారు. ఈ కొత్త లెక్కలు కలన యంత్రాల నిర్మాణానికి మూలం అనడంలో అతిశయోక్తి ఏమీ లేదు.

2. పాత లెక్కలు

2.1. పాత లెక్కలంటే ఏమిటి?

కొత్త, పాత అనేది సాపేక్ష భావం. ఏది కొత్త, ఏది పాత అన్నది కాలగమనం మీద, మన దృక్పథం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. అందుచేత "పాత లెక్కలు" అనగానే "పాత లెక్కలంటే ఏవిధంగా పాత?" అన్న సందేహం రావటం సహజం. అదేవిధంగా, కొత్త లెక్కలంటే ఏమిటి? ఇవి ఎందుకు? పాత లెక్కలలో ఉన్న పాత ఏమిటి? పాత లెక్కలను విసర్జించి యీ కొత్త లెక్కలను చేపట్టవలసిన అవసరం ఏమిటి? కొత్త వింత, పాత రోత గనకనే పాతవి పాతబడుతున్నాయా? కొత్త లెక్కలని నేర్చుకోవటంలో ఉన్న లాభాలేమిటి? — ఇలా ఎన్నో ప్రశ్నలుదయిస్తాయి.

నిజానికి యీ కొత్త లెక్కలు మనం అనుకుంటూ ఉన్నంత కొత్తవేమీ కాదు. మనం యిన్నాళ్ళబట్టీ నేర్చుకుంటూ వున్న పాత లెక్కలకంటె పాతవి; చరిత్ర పుటల్లో పడి మరుగున పడిపోయాయంతే! ఈ అధ్యాయం కొసవరకు చదివిన తర్వాత ఏది కొత్తో, ఏది పాతో నిశ్చయించే అవకాశం పాఠకులకే వదిలేస్తాను.

దరిదాపు మూడు దశాబ్దాల క్రితం, అనగా రెండవ ప్రపంచ యుద్ధానికి పూర్వం, యీ కొత్త లెక్కలు గణిత శాస్త్రవేత్తల పాఠ్య పుస్తకాలలో తప్ప యింకెక్కడా కనిపించేవి కావు. కాని, నేడు పాశ్చాత్య దేశాలలో ప్రాథమిక, మధ్యమిక పాఠశాలలోని బాలబాలికలకు యీ కొత్త లెక్కలని సర్వసామాన్యమైన పాఠ్యభాగాలుగా నేర్పుతున్నారు. "ఎందువల్ల యీ కొత్త లెక్కలింత ప్రాముఖ్యత పొందాయి?" అన్న ప్రశ్నకి ఒకటి, రెండు మాటలలో సమాధానం చెప్పడం సుసాధ్యమయిన పనికాదు. కాని, నలభయిలలో "ఎలక్ట్రానిక్ కంప్యూటరు" కనిపెట్టబడడం, ఆ కంప్యూటరు నిర్మాణానికి యీ కొత్త లెక్కలు అత్యవసరమవడం, ఆ కంప్యూటరు సహాయం లేకుండా నేటి సాంకేతిక వైజ్ఞానిక రంగాలలో ప్రగతి సాధించడం అసాధ్యం అయిపోవడం .... మొదలగునవి యీ కొత్త లెక్కల ప్రాముఖ్యానికి ఎంతగానో తోడ్పడ్డాయనడం అతిశయోక్తి అనిపించుకోదు.

ఒక శాస్త్రీయమైన పద్ధతిలో లెక్కించే పద్ధతిని "లెక్కలు" అన్నారు. అంతర్గతంగా అనుగుణ్యాలత వున్న ఏ పద్ధతి అయినా శాస్త్రీయమైనదే! ఈ అంతర్గతమయిన అనుగుణ్యాలత కొత్త లెక్కలలోనూ ఉంది, పాత లెక్కలలోనూ ఉంది. ఏ లెక్కించే పద్ధతినయినా నిశితంగా పరిశీలిస్తేగాని ఆ పద్ధతి యొక్క బాగోగులు, లాభనష్టాలు అవ

గాహన రావు. అందుకని, మన దైనందిన వ్యవహారాలలో లెక్కించేపద్ధతిని ఒకసారి నెమరు వేసుకుందాం.

అంకెలని ఎలా లెక్కపెడతాం? "ఒకటి,రెండు మూడు, నాలుగు,...... ఎనిమిది, తొమ్మిది,పది, పదకొండు,...... ∞ " — అని. లెక్కించటానికి ఏమీ లేకపోతే "సున్న" అని లెక్కపెడతాము. సున్ననుండి తొమ్మిదివరకూ ఉన్న పదింటినీ అంకెలు అంటారు. పది పై బడి వచ్చే వాటన్నిటినీ సంఖ్యలు అంటారు. అంకెలకీ, సంఖ్యలకీ మధ్య నున్న యీ విభజన అంత నిశితంగా వాడుకలో లేదు. కాని సందర్భోచితంగా ఏది అంకె, ఏదిసంఖ్య అన్నది నిశ్చయించడం అంతకష్టంకాదు. పైన, అంకెలని లెక్కపెట్టే సందర్భంలో "పదకొండు" తర్వాత కొన్ని చుక్కలు పెట్టి, చట్టచివర అడ్డుగా తిప్పబడ్డ ఎనిమిది వంటి సంజ్ఞ (∞) ఒకటి వాడాము. ఈ సంజ్ఞని అనంతము అంటారు; అంటే 'అంతులేనిది', అని అర్థం. అంటే, పది, పదకొండు, పన్నెండు ... అలా ఎంతవరకయినా లెక్కించుకుంటూ వెళ్లవచ్చునని అర్థం.

సున్న నుండి తొమ్మిది వరకూ ఉన్న పది అంకెలనీ, ఆ తర్వాత నిర్విరామంగా వచ్చే సంఖ్యలనీ ఒకసారి పరిశీలించి చూద్దాం. పటము (2.1) లో చూపిన విధంగా అంకెలనీ, సంఖ్యలనీ, విడివిడిగా వ్రాస్తే కొన్ని విషయాలు కరతలామలకమవుతాయి

మొదటి నిలువు వరుసలో సున్ననుండి తొమ్మిది వరకూ ఉన్న ప్రతి అంకెకూ ఒకప్రత్యేకమయిన గుర్తు ఉంది. అనగా ఒకటికి 1 అనే గుర్తు, మూడుకి 3 అనే గుర్తు, తొమ్మిదికి 9 అనేగుర్తు .... ఇలా పది అంకెలకి పది వివిధమయిన గుర్తులు వాడేము. ఈ పదిగుర్తులూ రెండవ నిలువు వరుసలో చూపబడ్డాయి.

అంకెలు	గుర్తు	సంఖ్యలు	గుర్తు
సున్న	0	పది	10
ఒకటి	1	పదకొండు	11
రెండు	2	పన్నెండు	12
మూడు	3	.	
నాలుగు	4	.	
ఐదు	5	.	
ఆరు	6		
ఏడు	7		
ఎనిమిది	8		
తొమ్మిది	9		

పటము 2.1

కాని పది, పదకొండు, ... అలా నిర్విరామంగా వచ్చే సంఖ్యలన్నిటికీ యీ గుర్తులే పదేపదే వాడేము. చురుకైన విద్యార్థులకి యిక్కడ ఒక సందేహం రావచ్చు. మన పూర్వీకులు, యీ మొదటి పది అంకెలకే ప్రత్యేకమయిన గుర్తులు వాడేరు? ఈ పది గొప్పతనమేమిటి? తొమ్మిది తర్వాత x అనే గుర్తు వేసి దానిని పది అనవచ్చుగా! అలాగే పదకొండుకి ⊗ అనేగుర్తు వాడితే వచ్చిన ప్రమాదం ఏమిటి? సున్న నుండి తొమ్మిదివరకూ గుర్తులు సృష్టించిన వ్యక్తులు పదికీ, పదకొండుకీ, పన్నెండుకీ... అలా గుర్తులు సృష్టించలేకపోయారా? కాని ఎందువల్లనో పది నిర్దిష్టమయిన గుర్తులుంటే చాలనుకున్నారు మన పూర్వీకులు.

ఇప్పుడు యీ లెక్కలకథ, కమామీషు మనకి బాగా తెలుసు గనుక, వెనక చూపుతో కొన్నివిషయాలు అర్థం చేసికోవచ్చు. ప్రతి అంకెకీ ఒకగుర్తు చొప్పున సృష్టించుకుంటూ పోతే దానికి అంతేది? నూరుగుర్తులు సృష్టించవచ్చు. వెయ్యిగుర్తులు సృష్టించడం కొంచెం యిబ్బందే! సృష్టించడం

మాట దేముదెరుగు. ఇవన్నీ బుర్రలో గుర్తుపెట్టుకోవడం ఎలా! కనుక యీ అంకెలకి ఎక్కడో ఒకచోట అంటుపెట్టాలి. అలాంటప్పుడు పదే పది గుర్తులు కావాలని నిబంధన లేదుగా! ఇరవై గుర్తులు వాడవచ్చే! ఇరవయి వివిధమయిన గుర్తులు జ్ఞాపకం పెట్టుకోవడం కంటె పది జ్ఞాపకం పెట్టుకోవడం తేలిక – తక్కువ గుర్తులు గనుక. అలాగయితే పదికంటె అయిదు తక్కువ గనుక అయిదే గుర్తులు జ్ఞాపకం పెట్టుకోవడం యింకా తేలిక: ఈ వాదనకి అంతేది? మన పూర్వీకులు యీ పదిగుర్తులే ఎందుకు వాడేరన్నదానికి కారణం యింత తేలికగా దొరికేది కాదు. గణితశాస్త్రం ఎలా పుట్టిందో, దాని పుట్టుపూర్వోత్తరాలు, దాని చరిత్ర కొంత తెలిస్తేగాని, యీ మీమాంసలకి సమాధానాలు చెప్పడం వీలుకాదు.

ఇరవైయవ శతాబ్దంలో శాస్త్రకారులు చేసిన పరిశోధనలవల్ల పైప్రశ్నలకి చాలమట్టుకు సమాధానాలు దొరికేయి. మానవుల రెండుచేతులకి కలిపి పదివేళ్లున్నాయి గదా! వేలికొకటి చొప్పున పది అంకెలని సునాయాసంగా లెక్కపెట్టవచ్చు. పదితర్వాత లెక్కపెట్టాలంటే అవేచేతులని పదేపదే వాడాలి. ఈవిధంగా చూస్తే పదికి యింత ప్రాముఖ్యం రావడానికి కొంతవరకుకారణం మనకి వేళ్లు ఉపయోగించి లెక్కపెట్టడం అనే అలవాటు మూలంగా అని అర్థం అవుతుంది. ఇటువంటి ఊహలు పునాదులులేని గాలిమేడలు కావు. ఇప్పటికీ చేతులకి, లెక్కపెట్టడానికి గల సంబంధం మన దైనందిన అనుభవాలలో కొట్టొచ్చినట్లు కనిపిస్తుంది. ఇరవైచేతులు మల్లిమొగ్గలు కొంటాముగాని నూరు కాదు కొనేది. పైపెచ్చు రెండు చేతులు కొసరు కూడా అడిగి వేయించుకుంటాం.

2.2. భారతీయ గణితశాస్త్రం

కొంచెం గప్పాలు కొట్టుకున్నట్టుంది గాని మన భారతీయులు పూర్వం గణితశాస్త్రంలో అపూర్వమయిన పరిశోధనలు ఎన్నోచేసి ప్రపంచ ప్రఖ్యాతి పొందారు. ఈ రోజుల్లో మనం పటము (2.1) లో చూపిన విధంగా అంకెలు లెక్కపెడుతున్నామంటే దానికి కారణం భారతీయులే!

2.2.1 చరిత్ర

గణితశాస్త్రానికి భారతీయులు ఏవిధంగా దోహదం చేశారో చూద్దాం. అంకెలని లెక్కపెట్టడానికి పదిగుర్తులు వాడేవారని తెలుసుకున్నాంగదా! ఈ పదిగుర్తులనీ మన పూర్వీకులు "అంక" లన్నారు. పదిగుర్తులుమాత్రమే వాడబడ్డ లెక్కింపు పద్ధతి గనుక దీనిని దశాంశపద్ధతి (దశ + అంశ = దశాంశ) అన్నారు. ఈ దశాంశపద్ధతిని ఎవరు కనిపెట్టారో తెలియదుగాని క్రీ.శ. పదవ శతాబ్దానికి పూర్వమే ఆచార్య ఆర్యభట్టు యీ పద్ధతి నుపయోగించి గణితశాస్త్ర పురోభివృద్ధికి ఒరవడి చుట్టేరు. ఆచార్య ఆర్యభట్టు [క్రీ.శ. 476] "ఆర్యభట్టీయము" అనే పుస్తకంలో వ్రాసిన యీ దశాంశపద్ధతి చరిత్ర పుటల్లో పడి మరుగున పడిపోయింది. ఈ ఆర్యభట్టీయంలోని సారాంశం అంతా గ్రహించి భాస్కరాచార్యులు [క్రీ.శ. 1114–1158] "లీలావతి" అనే పుస్తకంలో పొందుపరచారు. ఒక్క దశాంశపద్ధతేకాదు పూర్ణసంఖ్యలు, భిన్నసంఖ్యలలో లెక్కలు చేయడం, బీజగణితం, త్రికోణగణితాలలో ప్రాథమికమయిన పరిశోధనలు చెయ్యడంలో దిట్టలనిపించుకున్నారు ఆనాటి భారతీయ విద్వాంసులు. ఉదాహరణకి

$\frac{13}{21}$ అనే భిన్నసంఖ్యని $\frac{7}{12}$ అనే భిన్నసంఖ్యలో భాగించాలంటే, రెండవ భిన్నాన్ని తిరగేసి (లవ, హారాలని మార్చి) గుణించాలనేది ఆచార్య మహావీరుడు కనిపెట్టిన సూత్రం. పైథాగరసు సిద్ధాంతం అంటే ఉన్నత పాఠశాల విద్యార్థులకెవరికైనా తెలుస్తుంది, కాని మహావీర సూత్రం ఎవ్వరూ కని, విని ఎరుగరు. ఎందుచేత అని నన్ను అడగకండి. ఏమంటా దొరకక పోతే "ఖర్మ" అని ఒత్తు 'ఖ' పెట్టి మరీ వాపోతాం!

ఆచార్యులు బ్రహ్మగుప్తుడు, ఆర్యభట్టు భాస్కరుడు, మహావీరుడు ఆ రోజుల్లో గణితశాస్త్రంలో కొత్తపుంతలు తొక్కి విప్లవం లేవదీస్తుంటే, పాశ్చాత్య దేశాలలో లెక్కించడానికి పద్ధతి తెలియక తికమకలు పడేవారు. వాణిజ్య వ్యాపారాలకి హిందూదేశానికి వచ్చిన అరబ్బు, పారశీక వ్యాపారస్తులు, మన గణితశాస్త్రాన్ని వారి భాషలలోకి అనువదించుకొని తమతో తీసుకుని వెళ్లారు. అందుచేతనే, నేటికీ, గణితశాస్త్రాన్ని ఉర్దూ పారశీక భాషలలో "హిందసా" అంటారు. 'హింద్' అంటే 'హిందూ'; 'సా' అంటే 'శాస్త్రం'. కనుక పారశీకభాషలో హిందసా అంటే హిందూశాస్త్రం అని అర్థం.

ఐరోపా ఖండంలోనూ, రోమను సామ్రాజ్యంలోనూ ఉన్న గణితశాస్త్రవేత్తలు యీ గణితశాస్త్రాన్ని అరబ్బుల ద్వారా నేర్చుకునేవారు. కనుక ఐరోపా ఖండం అంతటా పటము(2.1)లో చూపబడ్డ అంకెలు అరబ్బు అంకెలుగా చలామణీ అయ్యాయి. ఇప్పటికీ అందరూ వాటిని "అరబ్బు అంకెలు" అనే అంటారు - మనదేశీయులు కూడా.

2.2.2 స్థానబలం, స్థాన విలువ

దశాంశ పద్ధతి గొప్పతనం యీ పది అంకెలనీ కనిపెట్టినంత మాత్రాన రాలేదు. ప్రతి అంకెకి ఒక ప్రత్యేకమయిన గుర్తు వాడాలన్నది అప్పటికే చాల వాడుకలో ఉన్న భావం. దశాంశసౌధానికి మూలస్తంభం అంకె యొక్క విలువ దాని స్థానాన్ని బట్టి మారుతుందనే సూత్రము. నిజానికి యీ 'స్థానబలం' సూత్రానికి దశాంశ పద్ధతికి ఉన్న సంబంధం కేవలం కాకతాళీయము. దశాంశపద్ధతి అనే ఊహాబీజం, స్థానబలం అనే ఊహాబీజం — యీ రెండూ మనదేశంలోనే నాటబడ్డాయి గనుక, యీ రెంటినీ ఒకే సందర్భంలో చర్చించడం చారిత్రకమయిన ఆచారం అయిపోయింది అంతే. ఇప్పుడు స్థానబలం సూత్రాన్ని నిర్వచించడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

స్థానబలం సూత్రం: ఒక సంఖ్య యొక్క విలువ తెలిసికోవాలంటే, ఆ సంఖ్యలోని ప్రతి అంకెని ఆ అంకె ఉన్న స్థానబలం (లేక స్థానవిలువ) చేత గుణించి, గుణించగా వచ్చిన లబ్ధము లన్నీ కలుపవలెను.

ఈ సూత్రం అర్థం చేసికొనే సందర్భంలో గమనించవలసిన ముఖ్య విషయం ఒకటి ఉంది. పైన చెప్పినట్లు, దశాంశపద్ధతి సందర్భంలో యీ సూత్రం కనిపెట్టబడ్డా, యీ సూత్రం ఏ యితర సంఖ్యాపద్ధతికైనా వర్తిస్తుంది.

పైన నిర్వచించబడ్డ సూత్రం యొక్క అర్థం కొంత విపులంగా తెలిసికొందాం. ఈ సూత్రం చెప్పేదేమిటంటే,

(1) ఒక సంఖ్యలోని ప్రతి అంకె ఒక స్థానాన్ని ఆక్రమిస్తుంది.

(2) ఒక సంఖ్యలోని ప్రతి స్థానానికి కొంత బలం ఉంటుంది. ఈ బలాన్ని స్థానబలం అంటారు. ఈ స్థానబలం ఎంత అన్నది లెక్కించే పద్ధతిపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

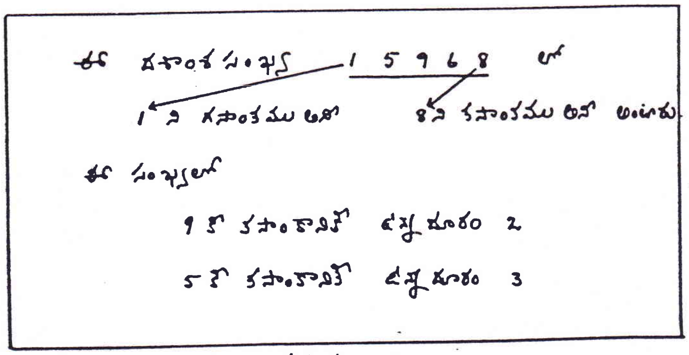
(3) ఒక సంఖ్యలో కుడి చివరనున్న స్థానము (దశాంశ స్థానము) యొక్క విలువ తక్కువగా ఉండి, ఎడమకు వెళుతూ ఉన్న కొద్దీ పెరుగుతుంది.

ఉదాహరణ: దశాంశపద్ధతిలో 1 అని వ్రాస్తే ఆ అంకె యొక్క విలువ ఒకటే! కాని 15968 అనే 'అంకెలమాల' యొక్క అర్థం ఏమిటి? ఈ ప్రశ్నకి స్థానబలంసూత్రం ఉపయోగించి, సమాధానం ఎలా కనుక్కోడమో చూద్దాం.

(1). ఈ సంఖ్య, ప్రతి అంకె ఒకస్థానం చొప్పున, అయిదుస్థానాలు ఆక్రమించింది.

(2) ఈ సంఖ్యలో కుడి చివరనున్న అంకె (8)ని కసాంకము (కనిష్ఠ స్థానంలో ఉన్న అంకము అనీ, ఎడమచివరనున్న అంకె (1)ని గసాంకము (గరిష్ఠ స్థానంలో ఉన్న అంకము) అనీ అంటారు. స్థానబలంసూత్రం ప్రకారం కనిష్ఠబలం కసాంకానికీ, గరిష్ఠబలం గసాంకానికీ ఉంటాయి.

(3) ఒక స్థానం యొక్క 'దూరం' కసాంక స్థానం నుండి కొలిచి చెప్పవచ్చు. ఈదూరం 'n' అనే అక్షరంలో సూచించినట్లయితే, దశాంశ పద్ధతిలో ప్రతిస్థానానికి ఉన్నబలం 10^n తో సమానం. ఈ విషయాన్నే మరొక విధంగా కూడ చెప్పవచ్చు. దశాంశపద్ధతిలో ఒక స్థానము యొక్కవిలువ దానిపూర్వపు (కుడివైపునున్న) స్థానము యొక్క విలువ కంటె పదింతలు ఎక్కువ. ఈ విషయాలన్నీ పటము (2.2)లో విశదీకరించబడ్డాయి.



పటము 2.2

15 అనే సంఖ్యని తీసికొందాం. ఈ సంఖ్యలో ఒక ఒకటి, దానిపక్క అయిదు ఉన్నాయి. ఈ సంఖ్యవిలువ ఎంత? ఒకటి, అయిదు కలుపగా ఆరు అనికాదు యీసంఖ్య అర్థం. 5 ఒకట్లస్థానంలోనూ, 1 పదులస్థానంలోనూ ఉన్నాయి. పదులస్థానంలో ఉన్న1 విలువ యిప్పుడు పదితో సమానం. ఒకట్లస్థానంలో ఉన్న అయిదు విలువ మాత్రం అయిదే. స్థానవిలువ సూత్రం ప్రకారం, యీసంఖ్యవిలువ పది అయిదు కలుపగా పదిహేను అయింది. ఈ 'పదిహేను' అన్నమాట కూడ పది+అయిదు అన్న సంధి చెయ్యగా వచ్చింది. కనుక ఒక్క దశాంశ పద్ధతిలోనే 'పదిహేను' అన్నమాటకి అర్థం ఉంది.

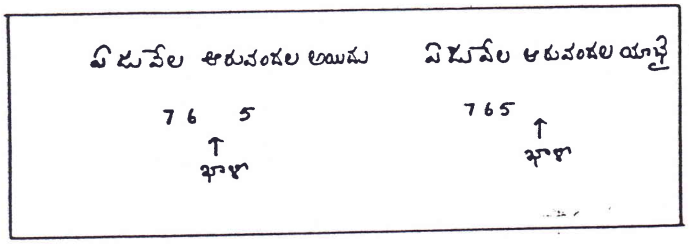
2.2.3 సున్నవిలువ

గతఖండంలోని స్థానవిలువ సూత్రానికీ, సున్నని ఒక అంకెగా ఉపయోగించడానికి చాల అవినాభావ సంబంధం ఉంది. ఈ సున్న యొక్క వాడకము కూడ భారతదేశంలోనే ప్రారంభం అయింది. హిందూ శాస్త్రవేత్తలు క్రీస్తుపూర్వమే సున్నని కనిపెట్టేరన్నది నిర్వివాదము. సున్నకి మూలం సంస్కృతంలోని 'శూన్యః' అనే శబ్దం. మనదేశానికి వాణిజ్య వ్యాపారాలకి వచ్చిన అరబ్బుపండితులు యీమాటని పలకలేక 'సిఫ్ర్' అని అనేవారు. ఈ 'సిఫ్ర్' ఇంగ్లీషు భాషలో 'సైఫర్'గా మారింది. ఈ మాటే మరొక మార్గంగుండా ఇటలీ చేరుకుని ఇటాలియన్లో 'జెఫిరో' అయింది. ఈ 'జెఫిరో' ఇటాలియన్ వ్యాపారస్తులద్వారా కూడా ఇంగ్లండు చేరుకుని ఇంగ్లీషులో 'జీరో' అయింది. కనుక యింగ్లీషులోని 'సైఫర్' అన్నమాటకి, 'జీరో' అన్న మాటకి కూడ మూలం సంస్కృతంలోని 'శూన్యః' శబ్దం. ఆరోజులలో గణిత శాస్త్రపరిశోధనలు మనదేశంలో తీవ్రంగా జరిగాయి గనుక, మన దేశభాషలలోని పదాలు గణితశాస్త్రసారస్వతంలో బాగా వాడబడ్డాయి. ఈ శూన్య శబ్దమొకటే కాదు, యిలాంటివి యింకా చాల ఉన్నాయి. సంస్కృతంలోని 'జీవః' శబ్దం [62వ పేజీ]

కంప్యూటర్లు [34 వ పేజీ తరువాయి]

త్రికోణ గణితంలోని 'సైన్', 'కోసైన్' అన్న పదాలకి మూలం. ఈ కథ సందర్భం వచ్చినప్పుడు చెబుతాను. పిట్టకథలు కొంచం తగ్గించి అసలు కథకు వద్దాం. స్థానబలం సూత్రానికీ సున్నా వాడకానికీ మధ్యగల సంబంధం ఒక ఉదాహరణ ద్వారా తెలిసికొందాం.

ఉదాహరణ: 7605 అనే సంఖ్యని, 7650 అనే సంఖ్య వ్రాసికొందాం. ఈ రెండు సంఖ్యలలోను ఉన్న అంకెలన్నీ ఒకటే; అనగా 0, 5, 6, 7. కాని యీ నాలుగు అంకెలు అమర్చబడ్డ తీరు వేరు వేరుగా ఉండబట్టి యీ రెండు సంఖ్యల మధ్య తేడా ఉంది, రెండూ ఒకటే కాదు అని మనకి అర్థం అవుతోంది. మన అంకెలలో సున్న లేదనుకోండి. కాని మనకు స్థానవిలువ సూత్రం తెలుసనుకుందాం. అప్పుడు ఏడువేల, ఆరువందల అయిదు వ్రాయదలచుకున్నప్పుడు వేల స్థానంలో 7, వందల స్థానంలో 6, పదుల స్థానంలో ఏమీలేదు, ఒకట్ల స్థానంలో 5 వ్రాస్తాం (పటము 2.3 లో చూపించినట్లు).



పటము 2.3.

ఇదే పద్ధతి ప్రకారం ఏడువేల ఆరువందల యాభై వ్రాయడం కూడ పటము 2.3 లో చూపబడింది. ఈ పద్ధతిలో చిక్కు ఏమిటో గమనించేరా? సున్నకి ఏదీ గుర్తు వేకుండా వదిలేస్తే రెండు సంఖ్యలకీ మధ్య తేడా ఏమీ కనిపించదు — రెండూ 765 లాగే కనిపిస్తాయి. కనుక 'ఏమీలేదు' అనదానికి కూడ ఒక గుర్తు కావాలని గమనించడం గణిత శాస్త్రంలో ఒక పెద్ద సంఘటన. ఈ 'ఏమీలేదు' అన్నదాన్ని మనం "సున్న" అంటాము.

(సశేషం)

కంప్యూటర్లు

వి. వేమూరి

3 కొత్త లెక్కలు

3.1 వేళ్లతో లెక్కలు

మనలెక్కింపు పద్ధతులకీ చేతివేళ్లకీ కొంత బాదరాయణ సంబంధం ఉండవచ్చుని అనిపిస్తుంది. చేతివేళ్ల ఆకారాన్ని ఆధారంగా రోమక శాస్త్రవేత్తలు అంకెలని వ్రాసేవారట. ఇదే విధంగా మన చేతులకి పదివేళ్లు ఉండడంవల్ల పదికి ఒక పవిత్రత సంభవించి ఉండవచ్చు. చిన్నపిల్లలు లెక్కలు చెయ్యడానికి రెండుచేతులవేళ్లనే ఉపయోగిస్తారు. అనాది మానవుడు కూడా ఇదేపని చేసి ఉండవచ్చును. కొందరు పిల్లలు కాలివేళ్లనీ, చేతివేళ్లనీ ఉపయోగిస్తారు. కొన్నిసంఘాలలో మానవుడు ఇరవై వేళ్లనీ లెక్కలు చెయ్యడానికి ఉపయోగించినట్లు ఋజువులు ఉన్నాయి. పదిని మూలంగా తీసుకుని దశాంశపద్ధతిని మనం మన దేశంలో ఎలా వాడేమో, అలాగే ఇరవైని మూలంగా తీసికొని 20-అంశ పద్ధతిని దక్షిణ అమెరికా ఖండంలోని "మాయా ఇండియన్లు" వాడినట్లు విశేషమయిన ఆధారాలున్నాయి.

3.2 అష్టాంశపద్ధతి

ఇప్పుడు మనమంతా ఒక ఊహాలోకానికి వెడదాము. ఈ ఊహాలోకంలోని జీవులుకూడా మానవులే అనుకుందాము; వారికి కూడా మనకి ఉన్నటువంటి మేధాసంపద ఉందని కూడ అనుకుందాం! ఈ ఊహాలోకంలోని మనుష్యులకీ మనకీ ఒకే ఒక్క తేడా ఉంది. మనకి చేతి ఒక్కంటికీ అయిదేసి చొప్పున పదివేళ్లుంటే, యీ ఊహాలోకంలోవాళ్లకి చేతికి నాలుగేసి చొప్పున ఎనిమిదివేళ్లు ఉన్నాయనుకుందాము. మనం పదివేళ్లని ఉపయోగించి సున్న ఒకటి, రెండు, మూడు, నాలుగు, అయిదు, ఆరు, ఏడు, ఎనిమిది, తొమ్మిది అని పదిఅంకెలని ఎలాలెక్కపెడుతున్నామో, అదేవిధంగా అక్కడి ప్రజలు వారి ఎనిమిది వేళ్లని ఉపయోగించి యిలా లెక్కపెడతారు: సున్న, ఒకటి, రెండు, మూడు, నాలుగు, అయిదు, ఆరు, ఏడు. సున్నతోసహా ఏడు వరకూ లెక్కించేసరికి వారి ఎనిమిది వేళ్లూ అయిపోతాయి. అప్పుడు వాళ్లు ఎలా లెక్కపెట్టాలి?

ఇదే పరిస్థితిలో మనం ఏమిటి చేస్తామో ఒకసారి నెమరు వేసుకుని చూద్దాం. మనరెండుచేతుల వేళ్లూ పూర్తిఅయేసరికి సున్ననుంచి తొమ్మిది వరకూ లెక్కించడం అయింది కదా! అలా తొమ్మిది వరకు లెక్కపెట్టాక మనం ఒక ఒకటిని పదుల స్థానంలోవేసి. మళ్లా ఒకట్ల స్థానంలో సున్న, ఒకటి, రెండు అనుకుంటూ తొమ్మిది వరకూ లెక్కపెడతాము. ఇలా తొమ్మిది వరకూ లెక్కపెట్టడం ఇది రెండవపర్యాయం ఈ విషయం జ్ఞాపకం చేసుకుందుకా అన్నట్లు పదుల స్థానంలో రెండు వేసి, మళ్లా సున్నా, ఒకటి, రెండు .... అలా లెక్కపెడతాము.

ఊహాలోకంలో ప్రజలూ మనలాగే లెక్కపెడతారు. వాళ్ల చేతులకి ఉన్న వేళ్లన్నీ ఒకసారి ఉపయోగించడం అయిపోయాక, ఎనిమిది అంకెలు లెక్కపెట్టినట్లు జ్ఞాపకం ఉంచుకుందుకని ఎనిమిదుల స్థానంలో ఒక ఒకటి (1) వేసి మళ్లీ సున్న ఒకటి, అని లెక్కపెట్టాలి. అంటే ఏమిటన్న

మాట? దశాంశ పద్ధతిలో పదుల స్థానంలో ఉన్న అంకె ఒకట్ల స్థానంలో ఉన్న అంకెలని ఎన్నిసార్లు వల్లించేమో తెలియజేసినట్లే, అష్టాంశ పద్ధతిలో ఎనిమిదుల స్థానంలో ఉన్న అంకె తెలియజేస్తుంది. పదుల స్థానం ఎక్కడ ఉంది? దశాంశ పద్ధతి ఒకట్లస్థానానికి ఎడమవైపు. అంటే ఊహాలోకంలో ఎనిమిదుల స్థానం ఒకట్లస్థానానికి ఎడమప్రక్క ఉండాలి. ఎనిమిది గుర్తు(అంకె)లలో ఉన్న పద్ధతి కనుక, యిటుపైని ఊహాలోకపు పద్ధతిని "అష్టాంశ పద్ధతి" అందాము.

దశాంశ పద్ధతిలో పది ధరించిన పాత్రే, అష్టాంశ పద్ధతిలో ఎనిమిది ధరిస్తుంది. దశాంశ పద్ధతిలో చేసినట్లే అష్టాంశ పద్ధతిలో కూడ లెక్కలు చేయవచ్చు. కొంచం అలవాటు అవాలి అంతే. అవసరమయిన నియమాలన్నిటికి కట్టుబడి ఉన్నంత కాలం, ఈ అష్టాంశ సౌధం కూడ దశాంశ సౌధం అంత పట్టుదిట్టంగాను ఉంటుంది.

అష్టాంశ పద్ధతిలో ఏపని చెయ్యవలసి వచ్చినా, దానికి సంబంధించిన క్రియ దశాంశ పద్ధతిలో ఎలా చేస్తున్నామో పోల్చి చూసుకుంటూ వెళితే కంగారు పడడానికి అవకాశం ఉండదు. ఉదాహరణకి అష్టాంశ పద్ధతిలో 7 తర్వాత సంఖ్యలని లెక్కించే పద్ధతి దశాంశ పద్ధతిలో 9 తర్వాత సంఖ్యలని లెక్కించే పద్ధతితో పోల్చి పటము 3.1 లో చూపిద్దాం. ఈ పట్టికని జాగ్రత్తగా పరిశీలించి చూస్తే చాల విషయాలు అవగాహన అవుతాయి. మొట్టమొదటిది ఊహాలోకంలోని ప్రజలు కూడ ఎన్ని అంకెలు కావలిస్తే అన్నీ లెక్కపెట్టగలరు. వారూ సున్నని ఉపయోగించేరు. వారి పద్ధతి కూడ స్థానవిలువ పైనే ఆధారపడి ఉంది. కనుక వారు కూడ మనలాగే లెక్కలు చేయగలరు. ఉన్నతేడా అల్లా ఊహాలోకంలో ప్రజలు ఎనిమిదే ఎనిమిది గుర్తులు జ్ఞాపకం పెట్టుకోగలిగితే చాలు. మనలాగ పది అంకెలు జ్ఞాపకం పెట్టుకోనక్కర్లేదు. రెండవ విషయమేమిటంటే, ఊహాలోకంలో సంఖ్యల పేర్లు, మన సంఖ్యల

అష్టాంశ పద్ధతి		దశాంశ పద్ధతి	
[illegible]	సంఖ్యని చదవ వలసిన విధానం	[illegible]	సంఖ్యని చదవ వలసిన విధానం
0	సున్న	0	సున్న
1	ఒకటి	1	ఒకటి
2	రెండు	2	రెండు
3	మూడు	3	మూడు
4	నాలుగు	4	నాలుగు
5	అయిదు	5	అయిదు
6	ఆరు	6	ఆరు
7	ఏడు	7	ఏడు
10	ఒకటొసున్న	8	ఎనిమిది
11	ఒకటొఒకటి	9	తొమ్మిది
12	ఒకటొరెండు	10	పది
13	ఒకటొమూడు	11	పదకొండు
14	ఒకటొనాలుగు	12	పన్నెండు
15	ఒకటొఅయిదు	13	పదమూడు
16	ఒకటొఆరు	14	పద్నాలుగు
17	ఒకటొఏడు	15	పదిహేను
20	రెండొసున్న	16	పదహారు

పటము 3.1

పేర్లు తేడాగా ఉన్నాయి. ఉదాహరణకి, దశాంశ పద్ధతిలో 7 తర్వాత 8 వస్తే, అష్టాంశ పద్ధతిలో 7 తరవాత 10 (ఒకటొసున్న) వచ్చింది. అంటే, దశాంశ పద్ధతిలో 8 వ్రాసినా, అష్టాంశ పద్ధతిలో 10 వ్రాసినా ఒకటే. అలాగే దశాంశ పద్ధతిలో 9, అష్టాంశ పద్ధతిలో 11 ఒకటే. ఈ విషయాన్ని క్లుప్తంగా సాంకేతిక చిహ్నాలలో ఈ క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$7_{10} \rightarrow 7_8$$
$$8_{10} \rightarrow 10_8$$
$$9_{10} \rightarrow 11_8$$
$$10_{10} \rightarrow 12_8$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

పటము 3.2

ఇక్కడ 9_{10} అంటే 'దశాంశ పద్ధతిలో తొమ్మిది' అని, 11_8 అంటే 'అష్టాంశ పద్ధతిలో ఒకటొకటి' అని అర్థం చేసుకోవాలి.

ముఖ్యంగా గమనించవలసిన విషయం మరొకటి

ఉంది. ఎంతసేపూ అష్టాంక పద్ధతిలో 'ఒకటొకటి' 'ఒకటొరెండు' అంటున్నాము చూశారా? $11|_8$ ని 'పదకొండు' అని, $12|_8$ ని 'పన్నెండు' అని చదివితే కంగారు పుట్టే ప్రమాదం ఉంది. 'పదకొండు' అంటే పది + ఒకటి, 'పన్నెండు' అంటే పది+రెండు... గనుక, పదిశబ్దము దశాంక పద్ధతిని జ్ఞప్తికి తెస్తుందిగనుక అష్టాంక పద్ధతిలో 'పది', 'పదకొండు', 'పన్నెండు',... మొదలగు పదములు వాడడం అంతశ్రేయోదాయకం కాదు. అందుచేత 'ఒకటొకటి', 'ఒకటొరెండు' అని వాడేము.

3.2.1 అష్టాంక సంకలనము

అష్టాంక పద్ధతిలో లెక్కించడం నేర్చుకున్నాం. ఇప్పుడు అష్టాంక పద్ధతిలో కూడికలు ఎలాచేస్తారో చూద్దాము.

ఉదా:(1) $3|_8 + 2|_8 = ?$

అనగా, అష్టాంకపద్ధతిలో 3 ని అష్టాంక పద్ధతిలో రెండుకి కలుపగా ఎంత?

పట్టిక 3.1 ని బట్టి, అష్టాంక పద్ధతిలోను దశాంకపద్ధతిలోను పైన ఇచ్చిన అంకెలు ఒకే విధంగా వ్రాస్తాము. నిజానికి 0 నుండి 7 వరకు ఉన్న అంకెలు రెండు పద్ధతులలోనూ ఒకటే. కనుక

$$3|_8 + 2|_8 = 3|_{10} + 2|_{10}$$

ఈ సమీకరణానికి కుడివైపు సంకలనము దశాంక పద్ధతిలో జరగాలి. ఇది మనందరికి అలవాటైనదే. మూడు, రెండు కలుపగా $5|_{10}$. మళ్లా పట్టికను చూడగా $5|_{10} \to 5|_8$. కనుక

$$3|_8 + 2|_8 = 3|_{10} + 2|_{10} = 5|_{10} = 5|_8.$$

అష్టాంకం మూడుని అష్టాంకం రెండుకి కలుపగా అయిదు వచ్చింది. అదృష్టవశాత్తూ కలుపవలసిన అంకెలు వాటి మొత్తము అన్నీకూడా 7 కంటె తక్కువే గనుక అష్టాంక సంకలనానికి, మనకి అలవాటయిన దశాంక సంకలనానికి ఏమీ తేడాలేదు.

ఉదా:(2) $4|_8 + 5|_8 = ?$

పై ఉదాహరణలో వలెనే ముందు ఎడమవైపునున్న రెండు అంకెల్ని దశాంక పద్ధతిలోకి మార్చి, సంకలనము అంతా దశాంక పద్ధతిలో చేసి, ఆ మొత్తాన్ని తిరిగి అష్టాంక పద్ధతిలోకి మారుద్దాము.

$$4|_8 \to 4|_{10}$$
$$5|_8 \to 5|_{10}$$

కనుక

$$4|_8 + 5|_8 \to 4|_{10} + 5|_{10} = 9|_{10}$$

ఇప్పుడు పట్టికను బట్టి

$$9|_{10} \to 11|_8$$

కనుక

$$4|_8 + 5|_8 = 11|_8.$$

ఉదా: (3) $11|_8 + 12|_8 = ?$

దశాంక పద్ధతిలో ఎడమవైపుని $9|_{10} + 10|_{10}$ గా వ్రాయవచ్చును. అంటే దశాంక పద్ధతిలో ఈ మొత్తము $19|_{10}$ అన్నమాట. కాని దాన్ని తిరిగి అష్టాంక పద్ధతిలోకి మార్చడానికి పటము 3.1 సరిపోదు. అంతకంటె పెద్దపట్టిక కావాలి.

ఇక్కడ అసంపూర్ణంగా యీ ఉదాహరణని ఆపి కొన్ని ముఖ్యమయిన విషయాలు క్రోడీకరిద్దాం. పై ఉదాహరణ లన్నిటిలోనూ, మనకు యిచ్చిన లెక్కని మొదట దశాంక పదతిలోకి మార్చి, లెక్కంతా దశాంకపద్ధతిలో చేసి, వచ్చిన సమాధాన్ని తిరిగి అష్టాంక పద్ధతిలో వ్రాశాము. ఈ పద్ధతిలో ఉన్న లోపాలు కొన్ని పరిశీలిద్దాం. (1) అష్టాంక నుండి దశాంకకి, దశాంకలో లెక్క చేసి తిరిగి అష్టాంకలోకి మార్చడానికి వ్యవధికావాలి; ఈ పద్ధతివల్ల కాలహరణము హెచ్చు. (2) ఈ అష్టాంక-దశాంక మార్పిడిలో తప్పులు దొర్లే ప్రమాదం ఉంది. (3) పెద్ద పెద్ద సంఖ్యలతో వ్యవహరించవలసి వచ్చినప్పుడు పటము 3.1 లో గల పట్టిక అననుకూలంగా వాడుకయిపోతుంది. (4) అన్నిటికంటె ముఖ్యమైనది: ఈ పద్ధతి అస్వాభావికమయినది. ఎందుచేతనంటా రేమో? ఈ అష్టాంక పద్ధతి మన ఊహాలోకంలోని ప్రజల పద్ధతికదా! వారికి దశాంక పద్ధతి అంటే ఏమిటో కూడ తెలియదు. వారి ఆలోచనా ప్రవృత్తి అంతా అష్టాంక లోనే జరగాలి. అటువంటప్పుడు మనం ఉపయోగించిన పద్ధతి వృత్రిమంగా లేదా!

3.2.2 అంతా అష్టాంశలోనే

సంకలన వ్యవకలనములు, గుణాకార భాగహారములు, అన్నీ అష్టాంశ పద్ధతిలోనే చెయ్యాలంటే (దశాంశ పద్ధతి ప్రమేయమేమి లేకుండా) కాదేమో అంత బ్రహ్మవిద్య కాదు. దశాంశపద్ధతిలో పది, ఏడూ కలిపితే పదిహేడు అని, పదిహేడుకి ఆరు కలిపితే ఇరవై మూడు అని జోరుగా చెప్పగలుగుతున్నామంటే దానికి ముఖ్యకారణం మనం ఆపద్ధతికి అలవాటు పడి ఉండడమే. బాల్యంలో, కూడికలు ఇంకా బాగా అలవాటు కాని రోజుల్లో వ్రేళ్లు ఉపయోగించి లెక్కలు చేసేవాళ్లం. గుణకారాలు, భాగహారాలు చెయ్యడానికి ఎక్కాలు కంఠస్తం చేసేవాళ్లం. ఎక్కాలు కంఠతా రావటంవల్లనే కదా, తొమ్మిది తొమ్మిదులు ఎనభయి ఒకటి అని, పదహారు తొమ్మిదులు నూటనలభై నాలుగు అని గభాలుని చెప్పగలుగుతున్నాము. ఎక్కాలు రాని రోజుల్లో 'తొమ్మిది తొమ్మిదులు ఎంత?' అంటే 9 అనే అంకె తొమ్మిదిసార్లు వేసి అవి అన్నీ కూడేవాళ్లము. కనుక ఎక్కాలు రానివాడికి కనీసం కూడికలు రావాలి.

కూడిక పట్టీలు: మొదటి తరగతిలో బాలుడిని 'అయిదూ నాలుగూ కలిపితే ఎంత?' అని అడిగితే ఏమిచేస్తాడు. ఎడంచేతి నాలుగు వేళ్లూ, కుడిచేతి అయిదు వేళ్లూ విప్పి, మొత్తం అన్నీ లెక్కపెడతాడు. ఈ పద్ధతిని కాగితంమీద చెయ్యాలంటే ఈక్రింది పట్టికలో చూపినట్లు చెయ్యవచ్చును. ఈ పటంలో

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	(9)	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

పటము 3.3 దశాంశ కూడిక పట్టిక

ఎడమచివర నిలువు వరుసలో నాలుగు వచ్చేవరకూ ప్రయాణంచేసి అక్కడనుంచి 5-ని సూచించే నిలువుగడి వచ్చే వరకూ అడ్డుగా ప్రయాణం చేస్తే, 4 ని 5 ని కలపగా వచ్చిన మొత్తం ఎంతో తెలుస్తుంది. ఇటువంటి పట్టికలని కూడికపట్టిక లంటారు.

దశాంశ పద్ధతిలో వలెనే అష్టాంశ పద్ధతిలో కూడ కూడిక పట్టీలు తయారు చెయ్యవచ్చును, ఈ దిగువ పటములో మాదిరిగా. ఇప్పుడు అష్టాంశలో

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	(11)	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

పటము 3.4 అష్టాంశ కూడికపట్టీ

నాలుగూ అయిదూ కలిపితే ఎంతో చూద్దాం. ఇంతకు పూర్వం లాగే నాలుగు వచ్చేవరకూ నిలువుగడిలో కిందకు దిగి, అక్కడనుంచి 5- ఉన్న నిలువుగడి తగిలే వరకూ అడ్డుగా వెళితే 11 తగిలింది. కనుక $4|_8 + 5|_8 = 11|_8$

మరొక ఉదాహరణ: $16|_8 + 27|_8 = ?$

మొదటి మెట్టు: ముందు 16, దాని దిగువ 27 వ్రాద్దాము.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 27 \\ \hline ? \end{array}$$

రెండవ మెట్టు: 6 ని 7 కి అష్టాంశ కూడిక పట్టీ నుపయోగించి కలుపగా 15. కనుక ఒకట్ల స్థానంలో 5, ఎనిమిదుల స్థానమందు 1 వ్రాద్దాము.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\;\; \\ 16 \\ 27 \\ \hline 5 \end{array}$$

మూడవ మెట్టు: ఇప్పుడు ఎనిమిదుల స్థానంలో ఉన్న అంకెలని కలుపగా 4. కనుక మొత్తము 45

$$\begin{array}{r} 16 \\ 27 \\ \hline 45 \end{array}$$

చూశారా! అష్టాంశ కూడికపట్టీ సహాయంలో కూడికలన్నీ అష్టాంశంలోనే చెయ్యవచ్చు (తీసివేతలు కూడా)

3.2.3 అష్టాంశ గుణకారాలు

దశాంశ పద్ధతిలో గుణకారాలు చెయ్యడానికి ఎక్కాలు ఎలా ఉపయోగించేవో అలాగే అష్టాంశ ఎక్కాలు ఉపయోగించి లెక్కలు చెయ్యవచ్చు.

X	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

పటము 3.5   అష్టాంశ ఎక్కం

అష్టాంశలో 'నాలుగు అయిదులు' ఎంత? అంటే, పై పటములో 4 వరకూ నిలువుగా దిగి, అక్కడ నుండి 5 వరకు అడ్డుగా వెళ్లితే 24 వచ్చింది కనుక, నాలుగు అయిదులు 24 అని చెప్పుకోవాలి. ఇలాగే విభజన కూడ అంతా అష్టాంశలోనే చెయ్యవచ్చు.

3.2.4 దశాంశ - అష్టాంశ మార్పిడి

ఇంతవరకు దశాంశ పద్ధతిలోను అష్టాంశపద్ధతిలోను లెక్కలు చెయ్యడం నేర్చుకున్నాము. ఇప్పుడు ఒక రాకెట్టు మీద మనం అంతా అష్టాంశ లోకానికి వెళ్లామనుకుందాం. అష్టాంశ లోకంలో మన క్షేమ సమాచారాలన్నీ కనుక్కున్న తర్వాత "మీలోకం నుండి మాలోకం రావటానికి మీకు ఎంతసేపు పట్టింది?" అని వాళ్లు అడిగేరనుకుందాము. ఉదాహరణకి మనం '8095 గంటలు పట్టింది' అని చెప్పేమనుకుందాం. ఇప్పుడు రెండు చిక్కులు వచ్చిపడ్డాయి. ఒకటి, మన భాష వాళ్లకి అర్థం కాదు. రెండు, మన దశాంశ లెక్కింపు పద్ధతి వాళ్లకి తెలీదు. మన భాషని వాళ్ల భాషలోకి మార్చి చెప్పడానికి దుబాసి కావాలి. ఇతను వాక్యం అంతా తర్జుమా చేసి చెబుతాడు కాని, 8095 అనే సంఖ్య ఏదో వింతగా ఉంటుంది ఎందుకంటే అష్టాంశ లోకంలో 8, 9 అనే అంకెలే లేవు. ఈ చిక్కు నుంచి బయటపడటానికి అష్టాంశ- దశాంశ పద్ధతులు రెండూ క్షుణ్ణంగా తెలిసిన లెక్కల మేష్టారు ఒకరు రావాలి.

భాషని తర్జుమా చెయ్యడం ఏమీ అంత కష్టం కాదు. హిందీ సినిమా వచ్చినప్పుడు హాలులో తెలుగున కథ చెప్పటంలేదూ! హిందీ, తెలుగు, ఇంగ్లీషు భాషలలాగే లెక్కలు కూడా ఒక భాషే. మాట్లాడే భాషలో క్రియలు, సంధులు, సమాసాలు, వ్యాకరణం ఎలాగున్నాయో అలానే "లెక్కల భాష"లో అంకెలు, సంఖ్యలు, +, -, x, ÷ మొదలగు గుర్తులు, 10^x వంటి శక్తిని పెంచే క్రియలు, = ని ఉపయోగించి రాసే సమీకరణాలు (EQUATIONS) - మొదలయినవి ఉన్నాయి. అక్షర సముదాయంతో మాటలు, సమాసాలు, వాక్యాలు రాసినట్లే, అంకెల సముదాయంతో సంఖ్యలు, సమీకరణాలు చెయ్యవచ్చు. ఈ విధంగా చూస్తే లెక్కలు కూడా ఒక విధమయిన భాషే. ఆమాటకొస్తే లెక్కల భాషలో ఉన్న సొగసు మాట్లాడే భాషకి లేనే లేదు.

హిందీని తెలుగులోకి మార్చినట్లే అష్టాంశని దశాంశలోకి మార్చవచ్చు. మార్చేవాడికి రెండు భాషలూ, వ్యాకరణం బాగా రావాలి. కొత్తలో ఒక చిన్న నిఘంటువు లాంటిది ఉంటే ఉపయోగిస్తుంది కూడా. మామూలు నిఘంటువులో ఇంగ్లీషు మాటలకెదురుగా తెలుగు మాటలు రాసినట్లే. ఈ సంఖ్యా నిఘంటువులో దశాంశ సంఖ్యలకెదురుగా అష్టాంశ సంఖ్యలు రాసుకోవచ్చు. చిన్నచిన్న నిఘంటువులలో ఎన్నిమాటలని రాయగలం! అందుకని, ఈ మార్పిడికి కావలసిన నిబంధనలు కూడ తెలిసికోవాలి. సంఖ్యా నిఘంటువు తయారు చెయ్యడం ఏమీ అంత కష్టం కాదుకనుక దాన్నిగురించి చర్చించదలుచుకోలేదు. నిబంధనలు తయారుచేసి ఉపయోగించడం తెలుసుకుందాం. ఉదాహరణకి 4995 అనే దశాంశ సంఖ్యని అష్టాంశ సంఖ్యలోకి మార్చాలనుకోండి.

నిబంధన 1 : ఇచ్చిన దశాంశ సంఖ్యని 8 చే భాగించి (దశాంశపద్ధతిలోనే) శేషం విడిగా రాయి.

నిబంధన 2: పై మెట్టులో వచ్చిన లబ్ధాన్ని మళ్లీ 8 చే భాగించి శేషం విడిగా వ్రాయి.

నిబంధన 3: లబ్ధం సున్న అయేవరకు నిబంధన 2 ని ప్రయోగించు. ఇప్పుడు వచ్చిన శేషాలన్నీ వ్యుత్క్రమంలో వ్రాయి. అదే మనకి కావలసిన అష్టాంశ సంఖ్య.

4995 ని 8 చే భాగించు: 8 | 4995 శేషం

వచ్చిన లబ్ధాన్ని 8 చే భాగించు: 8 | 624 — 3

" " " 8 | 78 — 0

" " " 8 | 9 — 6

" " " 8 | 1 — 1

0 — 1

కావలసిన అష్టాంశ సంఖ్య: 11603

కనుక $4995|_{10} \rightarrow 11603|_8$

పటము 3.6

ఇటువంటి పద్ధతులెన్నో ఉన్నాయి. ఇక్కడ చాలు లేక చూపించడం లేదు అంతే!

3.2.5 అష్టాంశ దశాంశ మార్పిడి:

అష్టాంశ సంఖ్యలని దశాంశ సంఖ్యలలోకి మార్చడం ఇంకా తేలిక. ఈ మార్పిడి చెయ్యటానికి కూడ ఎన్నో పద్ధతులున్నాయి. స్థానబలం సూత్రం ఉపయోగించి మార్చడం వాటిలో ఒక పద్ధతి. ఉదాహరణకి $11603|_8$ అనే సంఖ్యని దశాంశ లోకి మార్చాలనుకోండి. ఈ సంఖ్యలోని అంకెలని, ఆయా అంకెలు ఆక్రమించిన స్థాన బలాలు ఈ దిగువ వ్రాద్దాం.

సంఖ్య	1	1	6	0	3
స్థానబలం	4096	512	64	8	1
	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0
	4096-ల స్థానం	512-ల స్థానం	64-ల స్థానం	8-ల స్థానం	1-ల స్థానం

పటము 3.7

ఇప్పుడు ప్రతి అంకెని, ఆ అంకె ఉన్న స్థాన బలం చేత గుణించి, వచ్చిన లబ్ధాలన్నీ కలుపుదాం.

$3 \times 1 = 3$

$0 \times 8 = 0$

$6 \times 64 = 384$

$1 \times 512 = 512$

$1 \times 4096 = 4096$

$= 4995$

కనుక $11603|_8 \rightarrow 4995|_{10}$

3.3 ద్వియాంశ పద్ధతి

దశాంశ పద్ధతిలో ఏమీ ప్రత్యేకత, పవిత్రత లేదని, దశాంశ పద్ధతిలో లాగే అష్టాంశ పద్ధతిలో కూడ లెక్కలు చెయ్యవచ్చుని గత భాగంలో నేర్చుకున్నాము కదా! దశాంశ పద్ధతికి లేని పవిత్రత అష్టాంశ పద్ధతికి మాత్రం ఎందుకు ఉండాలి? చతుర్థాంశ, పంచమాంశ, ఏకాదశాంశ ... ఇలా ఏ పద్ధతిలోనైనా లెక్కలు చెయ్యవచ్చు! ఇటువంటి ఎన్నికకు అవకాశం ఉన్నప్పుడు, ఈ వివిధ పద్ధతుల యొక్క లాభనష్టాలు ఏమిటి? ఏదైనా ఒక పద్ధతి ఇతర పద్ధతులకంటె మెరుగయినదా? అలాగయిన పక్షంలో ఆ పద్ధతి ఏది? ఒక పద్ధతి యొక్క సామర్థ్యాన్ని ఎలా కొలుస్తాం? ఈ ప్రశ్నలకి సమాధానం వెతికేలోగా కలనయంత్రాల నిర్మాణంలో విశేషంగా వాడబడే ద్వియాంశ పద్ధతిని ముందు నేర్చుకుందాం.

ఈ ద్వియాంశ పద్ధతిని వాడే ఊహాలోకంలో ప్రజలకి రెండే రెండు వేళ్లున్నాయనుకుందాం. వాళ్లు కూడ మనలాగే వేళ్లని ఉపయోగించి లెక్కలు చేయగలరు. వారి లెక్కింపు పద్ధతి యీ క్రింది విధంగా సాగవచ్చు:

0 సున్న ఒకవేలు

1 ఒకటి రెండవవేలు

సున్న నుండి ఒకటి వరకూ లెక్కించేసరికి వారి రెండు

వేళ్లు అయిపోయాయి. ఇటుపైని లెక్కపెట్టడం ఎలా? దశాంశ, అష్టాంశ పద్ధతులలో ఏమిచేశామో అదే ఇక్కడ కూడ చెయ్యాలి. దశాంశ పద్ధతిలో సున్నా నుండి తొమ్మిది వరకు లెక్కపెట్టే సరికి వేళ్లన్నీ అయిపోయాయి గనుక పదుల స్థానంలో ఒకటి వేసి మళ్లీ సున్నా నుండి తొమ్మిది వరకు లెక్కపెట్టేము. అష్టాంశ పద్ధతిలో సున్నా నుండి ఏడు వరకు లెక్కించే సరికి వేళ్లన్నీ అయిపోయాయి గనుక ఎనిమిదుల స్థానంలో ఒకటి వేసి మళ్లీ సున్నా, ఒకటి అనుకుంటూ లెక్కపెట్టేము. అలాగే ద్వియాంశ పద్ధతిలో సున్నా నుండి ఒకటి వరకూ లెక్కపెట్టే సరికి వేళ్లన్నీ అయిపోయాయి గనుక రెళ్ల స్థానంలో ఒకటి వేసి మళ్లీ సున్నా, ఒకటి అని లెక్కపెట్టాలి.

పటము 3.8 లో దశాంశ, అష్టాంశ, ద్వియాంశ పద్ధతులలోని లెక్కింపు పద్ధతులు చూపించాం. ఈ పటమును పరిశీలించి చూస్తే ద్వియాంశ పద్ధతి తీరుతెన్నులు కొన్ని అర్థం అవుతాయి. ద్వియాంశలో

దశాంశ	అష్టాంశ	ద్వియాంశ	ద్వియాంశ (మాటలలో)
0	0	0	సున్నా
1	1	1	ఒకటి
2	2	10	ఒకటి సున్నా
3	3	11	ఒకటి ఒకటి
4	4	100	ఒకటి సున్నా సున్నా
5	5	101	ఒకటి సున్నా ఒకటి
6	6	110	.
7	7	111	.
8	10	1000	.
9	11	1001	
10	12	1010	
11	13	1011	
12	14	1100	
13	15	1101	
14	16	1110	
15	17	1111	

పటము 3.8

కూడా సున్నా ఉపయోగించబడినది. ద్వియాంశలోనూ స్థానవిలువ సూత్రం ఉపయోగించబడింది. ద్వియాంశలో రెండే రెండు గుర్తులు, అనగా 0, 1, జ్ఞాపకం పెట్టుకుంటే చాలు. ద్వియాంశలో కూడ సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార, భాగహారాలు చెయ్యగలమని రుజువు చేస్తే ఇది కూడ దశాంశ, అష్టాంశ పద్ధతులకి ఏమీ తీసిపోదని తెలుస్తుంది.

3.3.1 ద్వియాంశ సంకలనము

గణితం అంతా ద్వియాంశలోనే (దశాంశ ప్రమేయం లేకుండా) జరపాలంటే, మునుపటి లాగే కూడిక పట్టీని ఒకటి తయారు చేసుకోవాలి. ఈ క్రింది పటములో ద్వియాంశ కూడిక పట్టీ చూపించాము. దశాంశ, అష్టాంశ

+	0	1
0	0	1
1	1	10

పటము 3.9

పట్టికలకన్నా ద్వియాంశ కూడిక పట్టీ చాల చిన్నది. అంచేత జ్ఞాపకం పెట్టుకోవడం కూడా చాల తేలిక. దాన్ని ఉపయోగించి ద్వియాంశలో కూడికలు చెయ్యడం ఎలాగో చూద్దాం.

ఉదాహరణ: 1101 + 1011 = ?

మామూలుగా దశాంశలో చేసినట్లే ద్వియాంశ కూడికని కూడా చేద్దాం.

ముందు ఒకట్ల స్థానంలో ఉన్న ఒకటీ ఒకటీ కలపాలి. పటము 3.9 ప్రకారం 1 కీ 1 ని కలపగా 10. అంటే ఒకట్ల స్థానంలో సున్నా వేసి స్థానమందు ఒకటి వేస్తాం. ఈ విషయం (ఖ) లో చూపించబడినది. ఇప్పుడు రెళ్ల స్థానంలో ఉన్న 0 కి 1 ని కలిపి, అవచ్చిన మొత్తానికి స్థానమందు ఉన్న 1 ని కూడ కలపాలి.

```
(క)    1101
       1011
       ----
          ?

          1
(ఖ)    1101
       1011
       ----
          0

         1
(గ)    1101
       1011
       ----
         00
```

సున్నకి ఒకటిని కలుపగా 1, ఆ ఒకటికీ 1 ని కలుపగా 10. కనుక రెళ్ల స్థానంలో 0, స్థానమందు 1 వేశాం. ఇది (గ) లో చూపించాం. ఈ విధంగా కూడకం అంతా పూర్తి చేస్తే 11000 వస్తుంది. కనుక

1101 + 1011 = 11000

ఈ జవాబు తప్పో ఒప్పో సరి చూద్దాం. 1101 దశాంశలో 13 కి సమానం. 1011 పదకొండు కి సమానం

13 కి 11 కలపగా 24. ఈ 24ని ద్వియాంకంలోకి మారిస్తే 11000 వస్తుంది.

3.3.2. ద్వియాంక గుణకారాలు

ద్వియాంకంలో గుణకారాలు చెయ్యడానికి ద్వియాంక ఎక్కాలు కావాలి. ఈ క్రింది పటములో ద్వియాంక ఎక్కం చూపించాం. దాన్ని ఉపయోగించి

X	0	1
0	0	0
1	0	1

పటము 3.10

ఈ కింది లెక్కని చేద్దాం.

101 × 11 = ?

```
  101
   11
 ----
  101
 101
 ----
 1111
```

$101|_2 \longrightarrow 5|_{10}$

$11|_2 \longrightarrow 3|_{10}$

కనుక $101 \times 11|_2 \rightarrow 5 \times 3|_{10}$

లేదా $1111|_2 \rightarrow 15|_{10}$

పటము 3.8 ని చూసి ఇది సరియైనదని గ్రహించవచ్చు.

సంకలనము, గుణకారములు చేసినట్లే తీసివేతలు, భాగహారములు కూడ ద్వియాంక పద్ధతిలో చేయగలమని చూపించవచ్చును. ఇప్పుడు దశాంశంలో సంఖ్యనుగాని, అష్టాంశంలోని సంఖ్యనుగాని ద్వియాంకంలోకి మార్చడం, ద్వియాంకం నుండి అష్టాంశ దశాంశలలోకి మార్చడం తెలుసుకుందాం.

3.3.3 దశాంశ - ద్వియాంక మార్పిడి

ఈ దిగువ నిచ్చిన నిబంధనలు ఉపయోగించి ఏ దశాంశ పూర్ణసంఖ్య (WHOLE NUMBER) నైనా ద్వియాంకంలోకి మార్చవచ్చును.

నిబంధన 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యని 2 చే భాగించి వచ్చిన లబ్ధాన్ని శేషాన్ని విడివిడిగా వ్రాయాలి.

నిబంధన 2 : పై మెట్టులో వచ్చిన లబ్ధాన్ని మళ్లీ 2 చే భాగించి, వచ్చిన లబ్ధాన్ని శేషాన్ని విడివిడిగా వ్రాయాలి.

నిబంధన 3 : లబ్ధం సున్న అయే వరకు రెండవ నిబంధనని పదే పదే ప్రయోగించాలి.

నిబంధన 4 : ఇప్పుడు ఆఖరున వచ్చిన శేషాన్ని ఎడమ చివర వేసి, మధ్యాంతర శేషాలని వరుసగా మధ్యలో వేస్తూ, మొట్టమొదట వచ్చిన శేషం కుడి చివర వచ్చేటట్లు అమర్చాలి.

ఉదాహరణ: $218|_{10} \longrightarrow ?|_2$

```
2 | 218
  | 109    శేషం  0   ↑
  |  54     "    1   |
  |  27     "    0   |
  |  13     "    1   |
  |   6     "    1   |
  |   3     "    0   |
  |   1     "    1   |
     0      "    1   |
```

ఈ వచ్చిన శేషాలని క్రిందనుండి పైదాకి వరుసగా వ్రాసుకుని వ్రాస్తే,

$218|_{10} \rightarrow 11011010|_2$

ఈ లెక్క ఒప్పా కాదా అన్న విషయం తెలుసుకోడానికి 110110101 ని తిరిగి దశాంశంలోకి మార్చి చూడవచ్చును.

3.3.4 ద్వియాంక - దశాంశ మార్పిడి

ద్వియాంక పద్ధతిలో ఉన్న ఒక సంఖ్యని దశాంశంలోకి మార్చాలంటే, ఆ సంఖ్యలోని ప్రతి అంకెని, ఆ అంకె యొక్క స్థానబలంచేత గుణించి, ఆ వచ్చిన సమాధానాలన్నీ కలపాలి.

ఉదాహరణ: $11011010|_2 \rightarrow ?|_{10}$

అంకె యొక్క ముఖ్య విలువ	దశాంశం నుంచి దూరం	ఆ అంకె ఉన్న స్థాన బలం	ఆ అంకె యొక్క నిజమైన విలువ
0	0	$2^0 = 1$	0 × 1 = 0
1	1	$2^1 = 2$	1 × 2 = 2
0	2	$2^2 = 4$	0 × 4 = 0
1	3	$2^3 = 8$	1 × 8 = 8
1	4	$2^4 = 16$	1 × 16 = 16
0	5	$2^5 = 32$	0 × 32 = 0
1	6	$2^6 = 64$	1 × 64 = 64
1	7	$2^7 = 128$	1 × 128 = 128
			మొత్తం = 218

కనుక $11011010|_2 \rightarrow 218|_{10}$.

3.3.5 అష్టాంశ ద్వియాంక మార్పిడి

దశాంశ సంఖ్యని ద్వియాంక సంఖ్యగా మార్చినట్లే అష్టాంశ సంఖ్యలని కూడ ద్వియాంక సంఖ్యలుగా మార్చవచ్చు. దశాంశ సంఖ్యని ద్వియాంకంలోకి మార్చినపుడు గణితం అంతా దశాంశ పద్ధతిలోనే చేశాం. అదే

విధంగా, ఒక అష్టాంశ సంఖ్యని ద్వియాంశలోకి మార్చవలసి వచ్చినప్పుడు గణితం అంతా అష్టాంశంలోనే చెయ్యాలి. అంటే కూడికలు చెయ్యవలసి వచ్చినప్పుడు అష్టాంశ కూడిక పట్టాలు, గుణకారాలు చెయ్యవలసి వచ్చినప్పుడు అష్టాంశ ఎక్కాలు ఉపయోగించాలి. ఈ పద్ధతి గత ఖండాలలో నేర్చుకున్నాం. కాని ఇది మనకు బాగా అలవాటులేని పద్ధతి. ఇది వాడడం మాని ఇంతకంటె సులభమయిన యితర మార్గాలు ఉన్నాయేమో చూద్దాం.

ఇచ్చిన అష్టాంశ సంఖ్యని ముందు దశాంశలోకి మార్చి, అప్పుడు ఆ దశాంశ సంఖ్యని ద్వియాంశలోకి మార్చవచ్చు. అంటే అష్టాంశం నుండి ద్వియాంశకు రెండు అంచెలు మీద వెళ్లామన్న మాట.

అష్టాంశ → ద్వియాంశ ≡ అష్టాంశ → దశాంశ → ద్వియాం

ఉదాహరణ: $174|_8 \rightarrow ?|_2$

మొదటి అంచె:- $174|_8 \rightarrow ?|_{10}$

స్థానబలసూత్రప్రకారం,

$$174|_8 = (1\times64)+(7\times8)+(4\times1) = 64+56+4 = 124|_{10}$$

రెండవ అంచె:- $124|_{10} \rightarrow ?|_2$

		శేషం
2	124	
2	62	0
2	31	0
2	15	1
2	7	1
2	3	1
2	1	1
	0	1

కనుక $124|_{10} \rightarrow 1111100|_2$

కనుక

$$174|_8 \rightarrow 124|_{10} \rightarrow 1111100|_2$$

కొంచం డొంక తిరుగుడుగా ఉంది కదూ? ఈ ఇబ్బందులన్నీ తప్పించుకుందుకు ఒక గోసాయి చిట్కా ఉంది. ఈ చిట్కా తెలుసుకోడానికి అనుకూలంగా పై సమాధానాన్ని పటము 3.11లో చూపినట్లు వ్రాద్దాం.

$$174|_8 \rightarrow \underset{1}{\underline{001}}\ \underset{7}{\underline{111}}\ \underset{4}{\underline{100}}|_2$$

పటము 3.11

ఇక్కడ మనం చేసిందల్లా ఏమిటంటే మూడేసి ద్వియాంశ అంకాలని తీసికొని ఒక గుంపుగా వ్రాసేం. కుడి చివర నున్న మూడు ద్వియాంశ అంకములు (ద్వ్యంకములు) 100 ఒక గుంపుగాను, ఈ గుంపుకి తక్షణం ఎడమనున్న మూడు 111 ఒక గుంపుగాను వ్రాసేం. ఈ రెండవ గుంపుకి ఎడమ చేతి ఒక అంకె 1 ఉంది. ఒక అంకెకు పూర్వ స్థానాలలో సున్నలు వ్రాస్తే ఆ అంకె యొక్క విలువ మారదు కనుక, స్థాయీకరణకు యీ 1కి ఎడమ రెండు సున్నలు చేర్చి 001 గా వ్రాసేం. ఈ మూడేసి ద్వ్యంకముల గుంపులని ఒక్కొక్కటిని విడివిడిగా తీసికొని వాటిని దశాంశలోకి మార్చి ఆ మార్పుగా వచ్చిన దశాంశ సంఖ్యలని ఆ గుంపుల క్రింద వ్రాసేం. ఈ మూడు అంకెలని ఒకదాని పక్క చేర్చితే 174 అయింది కదా. అదే మన అష్టాంశ సంఖ్య. ఇదే విషయాన్ని ఈ దిగువ క్రోడీకరిద్దాం. <u>ఉపాయం</u>: ఒక అష్టాంశ సంఖ్యని ద్వియాంశలోకి మార్చాలంటే, ఆ సంఖ్యలోని ప్రతి అంకెని విడివిడిగా తీసికొని ద్వియాంశలోకి మార్చితే సరిపోతుంది.

ఉదాహరణ: $273|_8 \rightarrow ?|_2$

మెట్టు 1: 2ని ద్వియాంశలోకి మార్చు: → 010
7ని " " : → 111
3ని " " : → 011

మెట్టు 2: పైన వచ్చిన ద్వ్యంకముల గుంపులను క్రమంలో అమర్చు: $273|_8 \rightarrow 010\,111\,011|_2$

<u>3.3.6 ద్వియాంశ అష్టాంశ మార్పిడి</u>

పైన ఉదహరించిన పద్ధతిని తిరగవేస్తే ద్వియాంశ నుండి అష్టాంశకు మార్చడం అవుతుంది.

నిబంధన 1: ద్వియాంశ సంఖ్యలోని ద్వ్యంకములను కసాంకమునుండి లెక్కించి మూడేసి చొప్పున ఒక గుంపుగా అమర్చాలి.

నిబంధన 2: ప్రతి మూడు ద్వ్యంకముల గుంపుని విడివిడిగా అష్టాంశలోకి మార్చాలి

ఉదాహరణ: $10110110|_2 \rightarrow ?|_8$

$\underline{010}\ \underline{110}\ \underline{110} \rightarrow 266|_8$

— సశేషం